

Introduzione a

GeoGebra

Versione 4.4



Introduzione a GeoGebra

Ultima modifica: **23 Novembre 2013**

Scritto per GeoGebra 4.4

Questo libro contiene un'introduzione di base al software di matematica dinamica GeoGebra. Può essere utilizzato sia per i seminari che come strumento di auto-apprendimento.

Autori

Judith e Markus Hohenwarter, con l'aiuto di molti altri membri del Team GeoGebra.

Versione italiana

Simona Riva, simona@geogebra.org

Licenza / Copyright

International GeoGebra Institute, office@geogebra.org
Creative Commons Attribution-Noncommercial-Share Alike
vedere <http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/3.0/>

Sei libero:

- **di condividere** – copiare, distribuire e trasmettere questa opera
- **di adattare** – cioè modificare questa opera

Alle seguenti condizioni:

- **Attribuzione.** Devi attribuire l'opera, indicando gli autori originali e fornendo un collegamento a www.geogebra.org (ma ciò non sottintende in alcun modo l'approvazione degli autori alle modifiche apportate).
- **Non - commerciale.** Non è possibile utilizzare questa opera a scopi commerciali.
- **Condividi allo stesso modo.** Se alteri, trasformi o ti basi sui contenuti di questa opera potrai distribuire il lavoro risultante solo con la stessa licenza oppure con una licenza equivalente a questa.

Riconoscimenti

Questo materiale è basato sul lavoro supportato dalle sovvenzioni di seguito elencate. Qualsiasi opinione, risultato, conclusione o raccomandazione espressa in questo materiale si riferisce agli autori e non riflette necessariamente il punto di vista delle organizzazioni sostenitrici.

- 2010-2013: "GeoGebra for Schools" - Johannes Kepler University, Linz, Austria
- 2006-2008: National Science Foundation - Grant N° EHR-0412342, NSF Math e Science Partnership "Standards Mapped Graduate Education e Mentoring", Florida Atlantic University, Boca Raton, USA



Come utilizzare questo libro

“Introduzione a GeoGebra” illustra gli elementi di base del software di matematica dinamica GeoGebra. Questo libro può servire sia come riferimento per seminari di carattere introduttivo, tenuti da un relatore esperto di GeoGebra, che come strumento di auto-apprendimento del software.

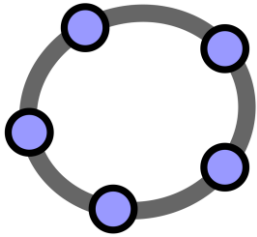
Seguendo il libro è possibile imparare ad utilizzare GeoGebra per la didattica, a partire dalla scuola media (10 anni) fino a livello universitario. La sequenza di attività illustrate presenta un'introduzione agli strumenti geometrici, all'input algebrico, ai comandi e ad una selezione di varie funzionalità di GeoGebra. Inoltre vengono trattati vari argomenti di carattere matematico, in modo da consentire al lettore di familiarizzare con la versatilità del software e apprendere le modalità di integrazione di GeoGebra nell'insegnamento quotidiano.

Vi auguriamo di divertirvi e avere successo lavorando con GeoGebra!
Judith, Markus e il Team GeoGebra



Indice generale

Introduzione e installazione Disegno vs. costruzione geometrica	5
Costruzioni geometriche e utilizzo dei Comandi	20
Input algebrico, funzioni ed esportazione di immagini negli Appunti del sistema	34
Trasformazioni e inserimento di immagini nella Vista Grafica.....	45
Inserire testo statico e dinamico nella Vista Grafica di GeoGebra ...	61
Creare e perfezionare i fogli di lavoro dinamici con GeoGebra.....	74
Strumenti personalizzati e personalizzazione della barra degli strumenti	89
Visibilità condizionata e successioni.....	105
Vista Foglio di calcolo e concetti base di statistica	119
<i>Vista CAS</i> – Calcolo simbolico e comandi specifici CAS	134



Introduzione e installazione Disegno vs. costruzione geometrica

Materiale 1 per seminari GeoGebra

1. Introduzione e installazione di GeoGebra

Informazioni di base su GeoGebra

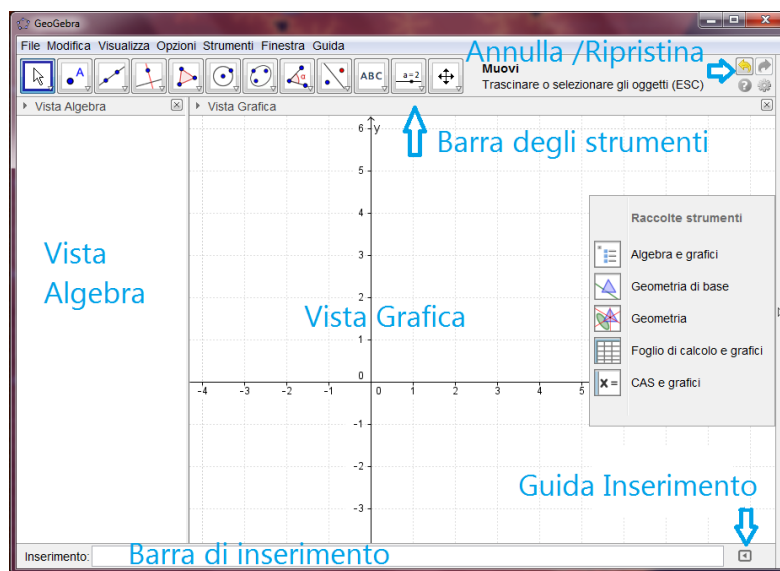
GeoGebra è un software di matematica dinamica per la didattica, che comprende geometria, algebra ed analisi.

Da un primo punto di vista, GeoGebra è un sistema di geometria interattiva. È possibile creare costruzioni contenenti punti, vettori, segmenti, rette, coniche e funzioni, quindi modificare dinamicamente questi oggetti.

Da un altro punto di vista, è possibile inserire direttamente equazioni e coordinate. GeoGebra quindi consente la gestione contemporanea di variabili, numeri, vettori e punti; calcola derivate e integrali di funzioni e dispone di vari comandi, come ad esempio *Radice* o *Vertice*.

L'interfaccia utente di GeoGebra

L'interfaccia utente visualizzata all'avvio del programma è la seguente:



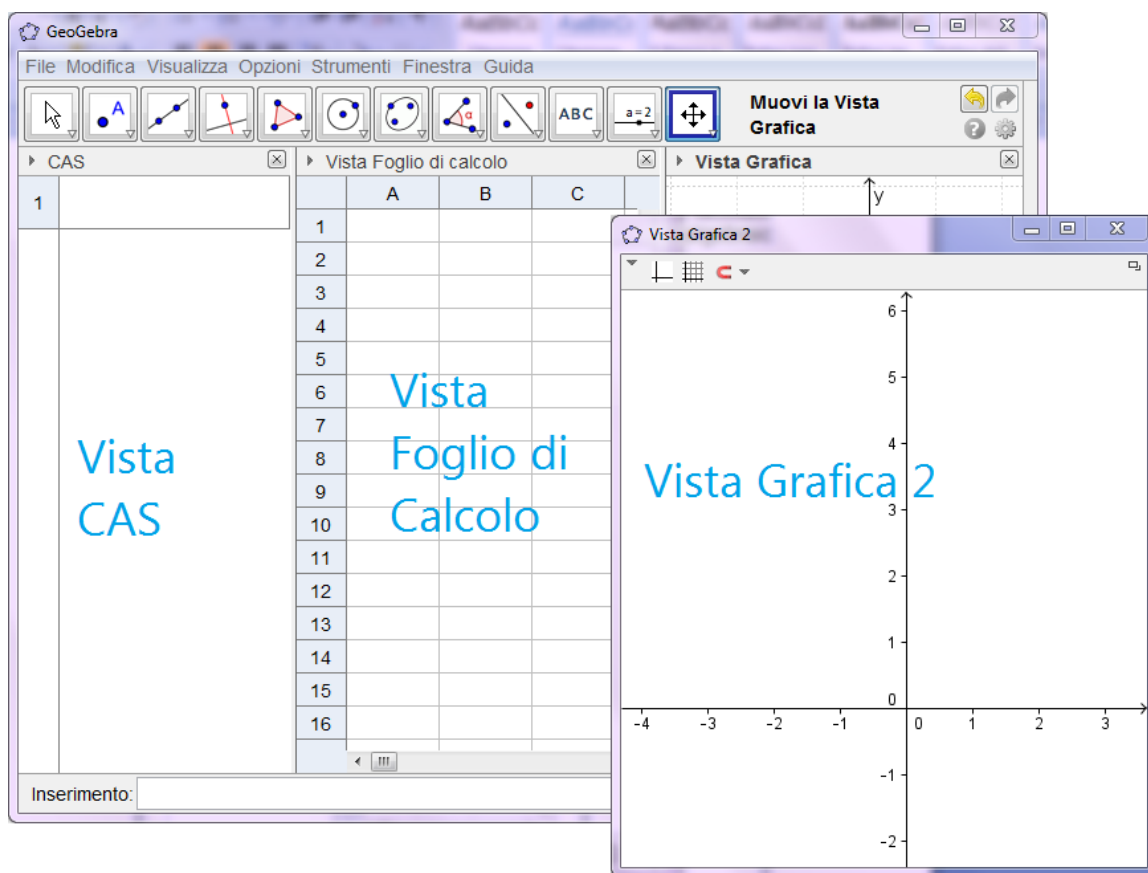
Selezionando gli strumenti geometrici in dotazione nella *barra degli strumenti* è possibile creare costruzioni geometriche direttamente con il mouse nella *Vista Grafica*, e contemporaneamente le equazioni e le coordinate degli oggetti creati sono visualizzate nella *Vista Algebra*. È inoltre possibile digitare da tastiera comandi e funzioni, direttamente nella *barra di inserimento*. La rappresentazione grafica degli oggetti è visualizzata nella *Vista Grafica*, mentre le relative rappresentazioni algebriche si trovano nella *Vista Algebra*. In GeoGebra, geometria e algebra lavorano fianco a fianco.

L'interfaccia utente di GeoGebra è flessibile, e può essere adattata alle necessità dei vostri studenti. Se si utilizza GeoGebra nella scuola secondaria di primo



grado può essere utile visualizzare solo la *Vista Grafica* e gli strumenti geometrici. In seguito si può iniziare ad introdurre un sistema di coordinate, utilizzando una griglia a coordinate intere in modo da semplificare il lavoro. Nella scuola secondaria di secondo grado conviene utilizzare anche l'input algebrico, in modo da guidare gli studenti nel passaggio dall'algebra all'analisi.

Oltre alla *Vista Grafica* e alla *Vista Algebra*, GeoGebra dispone anche di una *Vista Foglio di calcolo* e di una *Vista CAS* dedicata al calcolo simbolico, oltre a una seconda *Vista Grafica*. Tutte le Viste possono essere organizzate tramite il menu *Visualizza*. È inoltre disponibile alla destra della *Vista Grafica* una *Raccolta strumenti*, che offre l'accesso immediato a varie configurazioni dell'interfaccia.





Installazione di GeoGebra

Prima di tutto

Creare sul desktop una nuova cartella denominata *GeoGebra_Introduzione* .
Suggerimento: Durante un seminario, salvare tutti i file in questa cartella, in modo da averli sempre a portata di mano.


File per l'installazione di GeoGebra

- Scaricare nella cartella *GeoGebra_Introduzione* precedentemente creata il file di installazione, da www.geogebra.org/download.
Nota: Verificare che la versione scaricata sia quella relativa al sistema operativo in uso.
- Fare doppio clic sul file di installazione di GeoGebra e seguire le istruzioni visualizzate.




2. Funzionalità di base di GeoGebra

Utilizzare gli strumenti geometrici di GeoGebra

- Per attivare uno strumento fare clic sul pulsante contrassegnato dall'icona corrispondente.
- Per aprire una casella degli strumenti fare clic sul lato inferiore di un pulsante, quindi selezionare uno strumento tra quelli visualizzati.
Suggerimento: Non è necessario aprire sempre una casella degli strumenti per selezionare uno strumento: se l'icona dello strumento desiderato è già visualizzata, basta fare clic direttamente su di essa.
Suggerimento: Le caselle degli strumenti contengono strumenti simili o strumenti che generano lo stesso tipo di nuovo oggetto.
- Fare clic sull'icona  alla destra della *barra degli strumenti* per visualizzare la guida relativa allo strumento attivo.

Salvare e aprire i file di GeoGebra



Salvare i file di GeoGebra

- Aprire il menu *File*, quindi selezionare  *Salva*.
- Selezionare la cartella *GeoGebra_Introduzione* nella finestra di dialogo visualizzata.
- Digitare il *nome* del file di GeoGebra.
- Fare clic su *Salva* per terminare l'operazione.

Suggerimento: Verrà creato un file con estensione *'.ggb'*. Questa estensione identifica i file di GeoGebra e indica che tali file possono essere aperti esclusivamente con GeoGebra.

Suggerimento: Utilizzare un nome appropriato per il file: evitare l'immissione di spazi o simboli speciali, in quanto tali caratteri possono causare problemi di compatibilità con altri computer. Preferire l'utilizzo di caratteri di sottolineatura o lettere maiuscole (ad es. *Primo_Disegno.ggb*).

Aprire i file di GeoGebra

- Aprire una **nuova finestra di GeoGebra** (menu *File* –  *Nuova finestra*).
- Aprire un'interfaccia vuota di GeoGebra nella **stessa finestra** (menu *File* – *Nuovo*).
- Aprire un **file di GeoGebra già esistente** (menu *File* –  *Apri*).





- Navigare nella struttura delle cartelle visualizzata.
- Selezionare un file di GeoGebra (estensione '.ggb'), quindi fare clic su *Apri*.

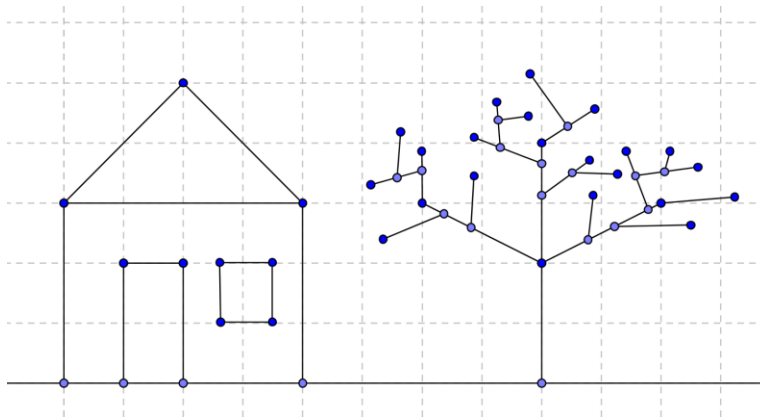
Suggerimento: Se la costruzione corrente non è stata salvata, GeoGebra lo segnala e chiede se effettuare un salvataggio prima dell'apertura di un nuovo file o una nuova finestra.



3. Disegnare con GeoGebra







Prima di tutto

- Fare clic sulla freccina alla destra della Vista Grafica e selezionare  *Geometria di base* nel pannello *Raccolta Viste*.
- Fare clic con il tasto destro del mouse (MacOS: *Ctrl*-clic) nella *Vista Grafica*, quindi selezionare  *Griglia* per attivare la visualizzazione delle linee della griglia.



Disegnare figure con GeoGebra

Utilizzare il mouse e gli strumenti elencati in seguito per disegnare figure nella Vista Grafica (ad es. un quadrato, un rettangolo, una casa, ...).

	Punto <u>Suggerimento:</u> Fare clic nella <i>Vista Grafica</i> o su un oggetto già esistente per creare un nuovo punto.	Nuovo!
	Muovi <u>Suggerimento:</u> Trascinare un oggetto libero con il mouse.	Nuovo!
	Retta <u>Suggerimento:</u> Fare clic in due posizioni diverse o su due punti già esistenti nella <i>Vista Grafica</i> .	Nuovo!
	Segmento <u>Suggerimento:</u> Fare clic in due posizioni diverse o su due punti già esistenti nella <i>Vista Grafica</i> .	Nuovo!
	Elimina <u>Suggerimento:</u> Fare clic su un oggetto per eliminarlo.	Nuovo!
	Annulla / Ripristina <u>Suggerimento:</u> Annulla o ripristina uno o più passi della costruzione (alla destra della <i>barra degli strumenti</i>).	Nuovo!



	Muovi la Vista Grafica Nuovo! <u>Suggerimento:</u> Fare clic e trascinare la <i>Vista Grafica</i> per visualizzarne altre zone.
	Zoom avanti / Zoom indietro Nuovo! <u>Suggerimento:</u> Fare clic nella <i>Vista Grafica</i> per ottenere uno zoom avanti / indietro.

Suggerimento: Muovere il mouse sopra uno strumento per visualizzare un suggerimento relativo all'utilizzo dello stesso.

Per esercitarsi

- Selezionare un oggetto già esistente.
Suggerimento: Quando il puntatore si muove sopra un oggetto, quest'ultimo viene evidenziato e il puntatore cambia forma, passando da croce a freccia. Fare clic per selezionare l'oggetto corrispondente.
- Creare un punto su un oggetto.
Suggerimento: Il punto sarà visualizzato in colore blu chiaro. Controllare sempre l'effettiva appartenenza del punto all'oggetto mediante il trascinamento del punto col mouse (strumento *Muovi*).
- Correggere gli eventuali errori passo per passo, utilizzando i pulsanti *Annulla* e *Ripristina*.

Suggerimento: Vari strumenti consentono la creazione immediata di punti, quindi non è necessaria l'esistenza di un oggetto per potere utilizzare lo strumento.

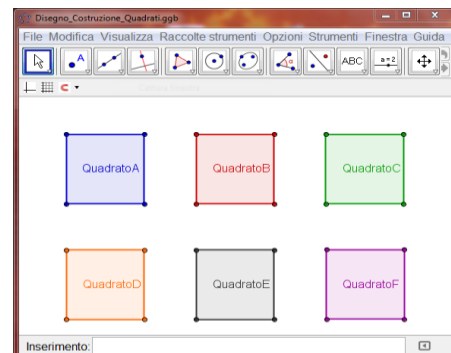
Esempio: Lo strumento *Segmento* può essere applicato a due punti già esistenti come pure a due posizioni qualsiasi nella *Vista Grafica*. Facendo clic in due posizioni qualsiasi nella *Vista Grafica* vengono creati i punti corrispondenti e tracciato il relativo segmento.

4. Disegni, costruzioni e test di trascinamento

Aprire il collegamento al foglio di lavoro dinamico “Disegno – Costruzione quadrati” <http://www.geogebraTube.org/student/m60428>

La figura dinamica contiene vari quadrati, costruiti in modo diverso.

- Esaminare i quadrati trascinandone TUTTI i vertici con il mouse.
- Scoprire quali di questi quadrilateri sono realmente quadrati e quali, al contrario, sembrano solo tali.
- Formulare delle congetture sui metodi di creazione di ciascun quadrato.
- Prendere nota di tali congetture.






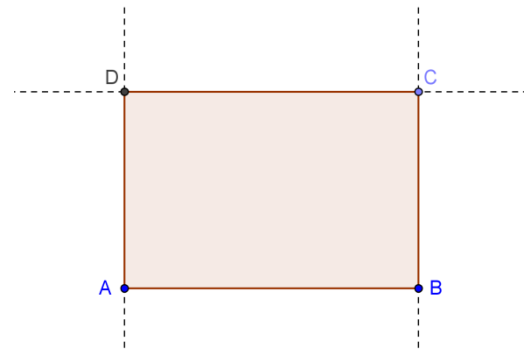
Discussione

- Qual è la differenza tra un disegno e una costruzione?
- Cos'è il “test di trascinamento” e perché è importante?
- Perché è importante costruire delle figure invece di limitarsi a disegnarle con il software di geometria interattiva?
- Quali nozioni dobbiamo conoscere su una figura geometrica, prima di essere in grado di costruirla utilizzando il software di matematica dinamica?





5. Costruzione di un rettangolo

Prima di tutto

- Riassumere le proprietà del rettangolo prima di iniziare la costruzione.
Suggerimento: Se non si conoscono i passi necessari per la costruzione di un rettangolo aprire il file “Costruzione rettangolo”
<http://www.geogebraTube.org/student/m60432> . Utilizzare i pulsanti della barra di navigazione per rivedere il processo di costruzione.
- Aprire una nuova finestra di GeoGebra.
- Selezionare  *Raccolta Viste - Geometria di base*.
- Modificare l'impostazione di etichettatura nel modo *Solo nuovi punti* (menu *Opzioni – Etichettatura*).



Introduzione di nuovi strumenti

	Retta perpendicolare Nuovo! <u>Suggerimento</u> : Fare clic su una retta già esistente e su un punto, per creare la retta perpendicolare passante per il punto selezionato.
	Retta parallela Nuovo! <u>Suggerimento</u> : Fare clic su una retta già esistente e su un punto, per creare la retta parallela passante per il punto selezionato.
	Intersezione Nuovo! <u>Suggerimento</u> : Fare clic sul punto di intersezione di due oggetti per ottenere esattamente quella intersezione, oppure fare clic sui due oggetti per ottenere tutti i punti di intersezione.
	Poligono Nuovo! <u>Suggerimento</u> : Fare clic nella <i>Vista Grafica</i> o su dei punti già esistenti per creare i vertici del poligono, quindi collegare l'ultimo e il primo vertice per chiudere il poligono. I vertici vanno collegati tra loro in senso antiorario!



Suggerimento: Fare riferimento alla guida rapida visualizzata sulla barra degli strumenti se non si conoscono le modalità di utilizzo di uno strumento. Provare tutti i nuovi strumenti prima di iniziare la costruzione.

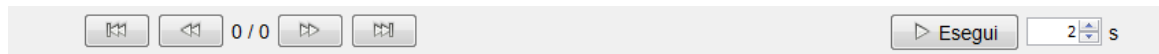
Processo di costruzione


1		Costruire il segmento AB .
2		Costruire la retta perpendicolare al segmento AB passante per B .
3		Costruire un nuovo punto C sulla retta perpendicolare.
4		Costruire la retta parallela al segmento AB passante per C .
5		Costruire la retta perpendicolare al segmento AB passante per A .
6		Costruire il punto di intersezione D .
7		Costruire il poligono $ABCD$. <u>Suggerimento</u> : Per chiudere il poligono fare clic nuovamente sul primo vertice.
8		Salvare la costruzione.
9		Applicare il test di trascinamento per verificare la correttezza della costruzione.





6. Barra di navigazione e Protocollo di costruzione








Fare clic con il tasto destro del mouse (MacOS:Ctrl-clic) nella *Vista Grafica* per visualizzare la *Barra di navigazione*, che consente di rivedere la costruzione passo per passo, tramite gli appositi pulsanti.



È inoltre possibile aprire il  *Protocollo di costruzione* (menu *Visualizza*) e utilizzarlo per rivedere la costruzione passo per passo.

Per esercitarsi

- Provare a modificare l'ordine di alcuni passi della costruzione, trascinando con il mouse in una posizione diversa la riga contenente l'istruzione utilizzata. Perché questa operazione NON è sempre valida?
- Raggruppare più passi della costruzione impostando dei punti di interruzione:
 - Selezionare la colonna *Punto di interruzione* nel menu a discesa  *Colonne*.
 - Raggruppare i passi della costruzione mettendo un segno di spunta nella casella *Punto di interruzione* dell'ultimo passo del gruppo.
 - Modificare le impostazioni selezionando *Mostra solo i punti di interruzione* nel menu a discesa  *Opzioni*.
 - Utilizzare la *barra di navigazione* per rivedere la costruzione, passo per passo. I punti di interruzione sono stati impostati correttamente?

N.	Nome	Ic...	Definizione	Valore	Leg...
1	Segmento a		Segmento [A, B]	a = 7.09	
2	Retta b		Retta per B perpendicolare	b: x = 4.56	
3	Punto C		Punto su b	C = (4.56, 4...	
4	Retta c		Retta per C parallela a a	c: y = 4.03	
5	Retta d		Retta per A parallela a b	d: x = -2.53	
6	Punto D		Punto di intersezione	D = (-2.53, ...	
7	Segmento d ₁		Segmento [D, A] di	d ₁ = 4.65	




7. Costruzione di un triangolo equilatero

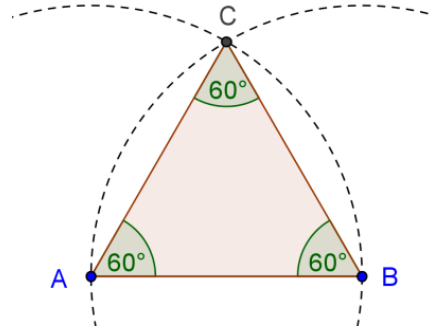
Prima di tutto

- Riassumere le proprietà del triangolo equilatero prima di iniziare la costruzione.




Suggerimento: Se non si conosce la procedura necessaria per la costruzione di un triangolo equilatero, aprire il file “Costruzione triangolo equilatero” <http://www.geogebra.org/student/m60433>.

Utilizzare i pulsanti della *barra di navigazione* per rivedere il processo di costruzione.

- Aprire una nuova finestra di GeoGebra.
- Selezionare  *Raccolta Viste - Geometria*.
- Modificare le impostazioni di etichettatura su *Solo nuovi punti* (menu *Opzioni – Etichettatura*).





Introduzione di nuovi strumenti

	Circonferenza - dati il centro e un punto Nuovo! <u>Suggerimento</u> : Il primo clic crea il centro, il secondo clic definisce il raggio della circonferenza.
	Mostra /nascondi oggetto Nuovo! <u>Suggerimento</u> : Evidenziare tutti gli oggetti da nascondere, quindi selezionare un altro strumento per rendere effettive le modifiche di visualizzazione
	Angolo Nuovo! <u>Suggerimento</u> : Fare clic sui punti in senso antiorario. GeoGebra crea sempre angoli con orientazione matematicamente positiva.

Suggerimenti: Fare riferimento alla guida rapida visualizzata sulla barra degli strumenti se non si conoscono le modalità di utilizzo di uno strumento. Provare tutti i nuovi strumenti prima di iniziare la costruzione.

Processo di costruzione

1		Costruire il segmento AB .
2		Costruire la circonferenza di centro A passante per B . <u>Suggerimento</u> : Trascinare i punti A e B per verificare che la circonferenza sia dipendente dalle loro posizioni.

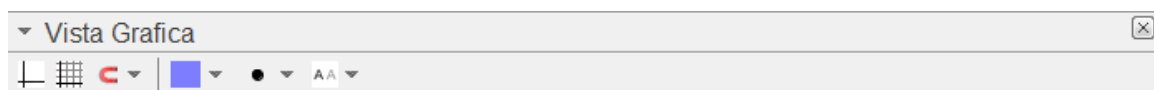


3		Costruire la circonferenza di centro B passante per A .
4		Costruire l'intersezione delle due circonferenze per ottenere il punto C .
5		Costruire il poligono ABC in senso antiorario.
6		Nascondere le circonferenze.
7		Mostrare gli angoli interni del triangolo facendo clic in una posizione qualsiasi all'interno del triangolo. <u>Suggerimento:</u> La creazione del poligono in senso orario visualizza gli angoli esterni
8		Salvare la costruzione.
9		Applicare il test di trascinamento per verificare la correttezza della costruzione.

8. Le proprietà degli oggetti di GeoGebra

La barra di stile della Vista Grafica

Il piccolo pulsante presente nell'angolo in alto a sinistra della *Vista Grafica* consente di attivare o disattivare la visualizzazione della *barra di stile*, che offre varie opzioni per la modifica di colore, dimensioni e stile degli oggetti della costruzione, secondo la tipologia dell'oggetto correntemente selezionato. L'immagine mostra le opzioni relative alla visualizzazione degli *assi* e della *griglia*, alla *cattura* del punto, all'impostazione del *colore*, dello *stile* del punto, etc.





Suggerimento: Ciascuna *Vista* dispone di una propria *barra di stile*. Per attivarla, fare clic sul piccolo pulsante a forma di triangolino nero presente in alto a sinistra, accanto al nome della *Vista*.

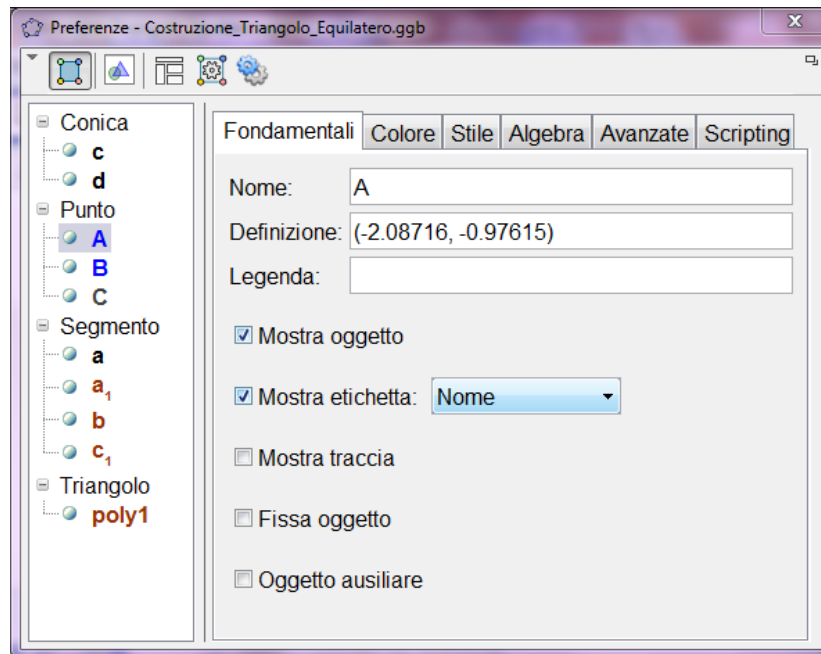
Finestra di dialogo Preferenze di un oggetto

La finestra di dialogo *Preferenze*, disponibile per ciascun oggetto, consente la specifica di ulteriori proprietà degli oggetti. È possibile accedervi in vari modi:

- Fare clic sull'icona presente alla destra della barra degli strumenti, quindi selezionare *Oggetti* nel menu visualizzato.
- Fare clic con il tasto destro del mouse (MacOS: *Ctrl*-clic) su un oggetto e selezionare *Proprietà...*



- Nel menu *Modifica* presente nella barra dei menu, selezionare *Proprietà...* 
- Selezionare lo  strumento *Muovi*, quindi fare doppio clic su un oggetto nella *Vista Grafica*. Nella finestra di dialogo *Ridefinisci* visualizzata, fare clic sul pulsante *Proprietà*.



Per esercitarsi







- Selezionare oggetti diversi nell'elenco a sinistra, quindi esplorarne le proprietà nelle schede visualizzate a destra.
- Selezionare più oggetti per modificarne una o più proprietà contemporaneamente.
Suggerimento: Mantenere premuto il tasto *Ctrl* (MacOS: tasto *cmd*) e selezionare tutti gli oggetti desiderati.
- Selezionare tutti gli oggetti di un determinato tipo, facendo clic sulla corrispondente intestazione.
- Visualizzare il valore di oggetti diversi e provare ad applicare i vari stili di etichettatura.
- Modificare le proprietà di determinati oggetti (ad es. colore, stile,...).

9. Sfida del giorno: costruzione di un triangolo isoscele

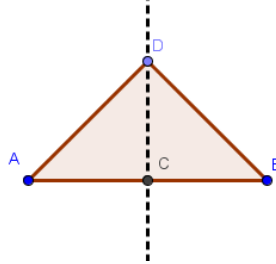
Costruire un triangolo isoscele la cui base e altezza possono essere modificate trascinandone i relativi vertici con il mouse.

Sono necessari i seguenti strumenti:



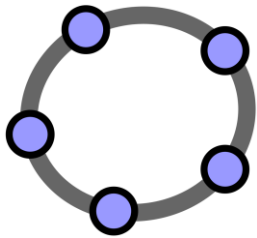
 Segmento	Nuovo!	 Punto
 Punto medio o centro		 Poligono
 Retta perpendicolare		 Muovi

Suggerimenti: Fare riferimento alla guida rapida visualizzata sulla barra degli strumenti se non si conoscono le modalità di utilizzo di uno strumento. Provare tutti i nuovi strumenti prima di iniziare la costruzione.



Suggerimenti e accorgimenti

- Analizzare le proprietà geometriche della figura da creare.
- Scoprire quali strumenti di GeoGebra servono per la costruzione della figura, sulla base delle proprietà geometriche di cui gode (ad es. angolo retto – strumento *Retta perpendicolare*).
- Fare riferimento alla guida rapida visualizzata sulla barra degli strumenti se non si conoscono le modalità di utilizzo di uno strumento.
- Aprire una nuova finestra di GeoGebra e selezionare *Raccolta Viste - Geometria*.
- Salvare eventuali file già aperti prima di iniziare una nuova attività.
- Utilizzare i pulsanti *Annulla* e *Ripristina* in caso di errore.
- Utilizzare frequentemente lo strumento *Muovi* per verificare la costruzione (ad es. il collegamento tra i vari oggetti, la creazione di oggetti inutili).
- In caso di dubbio, chiedere ad un collega prima di rivolgersi al relatore o agli assistenti.

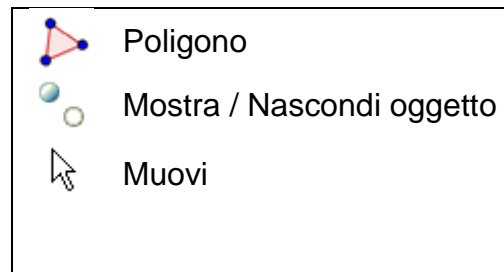
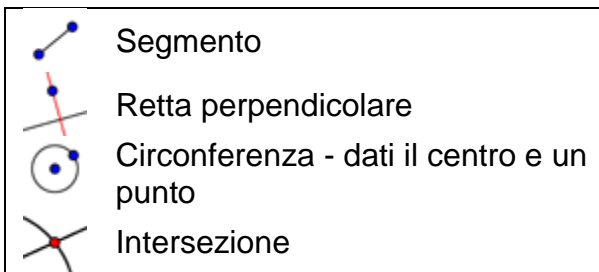


Costruzioni geometriche e utilizzo dei Comandi

Materiale 2 per seminari GeoGebra

1. Costruzione di un quadrato

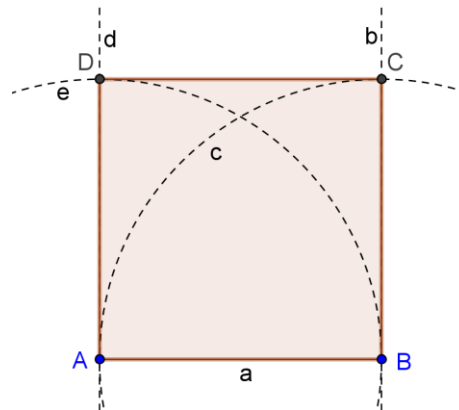
In questa sezione verranno utilizzati i seguenti strumenti. Assicurarsi di conoscere il corretto utilizzo di ogni strumento, prima di iniziare la costruzione del quadrato:



Suggerimento: Fare riferimento al file “Costruzione quadrato” <http://www.geogebra.org/student/m60436> se non si conosce con precisione il processo di costruzione.

Prima di tutto

- Aprire una nuova finestra di GeoGebra.
- Selezionare *Raccolta Viste – Geometria*.
- Modificare le impostazioni di etichettatura in *Solo nuovi punti* (menu *Opzioni – Etichettatura*).



Processo di costruzione

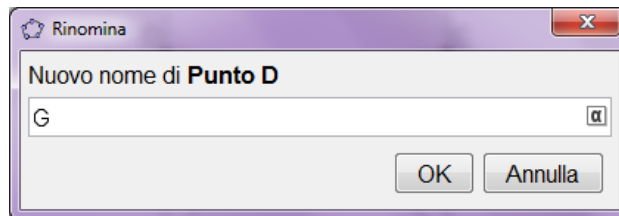
1		Tracciare il segmento $a = AB$ tra i punti A e B .
2		Costruire la retta perpendicolare b al segmento AB , passante per B .
3		Costruire la circonferenza c di centro B passante per il punto A .
4		Intersecare la circonferenza c con la retta perpendicolare b per ottenere i punti di intersezione C, D .
5		Costruire la retta perpendicolare d al segmento AB , passante per A .
6		Costruire la circonferenza e di centro A , passante per B .
7		Intersecare la perpendicolare d con la circonferenza e , per ottenere i punti E, F .



8		Costruire il poligono $ABCE$. <u>Suggerimento</u> : Non dimenticare di chiudere il poligono facendo clic sul punto A , dopo avere selezionato il punto E .
9		Nascondere le circonferenze e le rette perpendicolari.
10		Eeguire il test di trascinarsi per verificare se la costruzione è corretta.
11		Perfezionare la costruzione utilizzando la <i>barra di stile</i> .

Sfida: È possibile costruire un quadrato in modi diversi?

Suggerimento: Per rinominare velocemente un oggetto, fare clic su di esso in modalità *Muovi* e iniziare a digitare il nuovo nome nella finestra di dialogo *Rinomina*, che sarà aperta automaticamente.



2. Costruzione di un esagono regolare

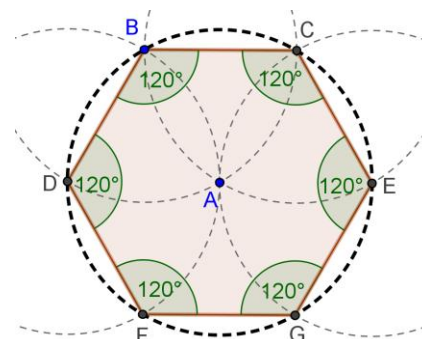
In questa sezione verranno utilizzati i seguenti strumenti. Assicurarsi di conoscere il corretto utilizzo di ogni strumento, prima di iniziare la costruzione dell'esagono:

	Circonferenza - dati il centro e un punto
	Intersezione
	Poligono

	Angolo
	Mostra/Nascondi oggetto
	Muovi


Suggerimento: Fare riferimento al file “Costruzione esagono”

<http://www.geogebraTube.org/student/m60440> se non si conosce con precisione il processo di costruzione.


















Prima di tutto

- Aprire una nuova finestra di GeoGebra.
- Selezionare *Raccolta Viste* –  *Geometria*.
- Modificare le impostazioni di etichettatura in *Tutti i nuovi oggetti* (menu *Opzioni* – *Etichettatura*).

Processo di costruzione

1		Tracciare una circonferenza c di centro A , passante per B .
2		Costruire una circonferenza d di centro B , passante per A .
3		Intersecare le circonferenze c e d per ottenere i vertici C e D dell'esagono.
4		Costruire una circonferenza e di centro C , passante per A .
5		Intersecare le circonferenze e , c in modo da ottenere il vertice E . <u>Suggerimento:</u> Selezionando le circonferenze e, c vengono creati entrambi i punti di intersezione. Se si desidera un singolo punto di intersezione, fare clic direttamente solo su quel punto.
6		Costruire una circonferenza f di centro D , passante per A .
7		Intersecare le circonferenze f , c in modo da ottenere il vertice F .
8		Costruire una circonferenza g di centro E , passante per A .
9		Intersecare le circonferenze g , c in modo da ottenere il vertice G .
10		Tracciare l'esagono $FGECBD$.
11		Nascondere le circonferenze.
12		Visualizzare gli angoli interni dell'esagono.
13		Eeguire il test di trascinamento per verificare la correttezza della costruzione.






Sfida: Spiegare il processo di costruzione.

Suggerimento: Qual è il raggio delle circonferenze, e perché?




3. Costruzione della circonferenza circoscritta ad un triangolo

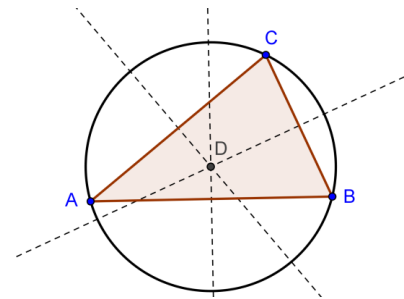
In questa sezione verranno utilizzati i seguenti strumenti. Assicurarsi di conoscere il corretto utilizzo di ogni strumento, prima di iniziare la costruzione:

 Poligono  Asse di un segmento Nuovo!  Intersezione	 Circonferenza - dati il centro e un punto  Muovi
--	--

Suggerimento: Se non si conosce con precisione il processo di costruzione, fare riferimento al file “Costruzione circonferenza triangolo” <http://www.geogebraTube.org/student/m60442>.

Prima di tutto

- Aprire una nuova finestra di GeoGebra.
- Selezionare *Raccolta Viste* –  *Geometria*.
- Modificare le impostazioni di etichettatura in *Solo nuovi punti* (menu *Opzioni* – *Etichettatura*).



Introduzione di un nuovo strumento



Suggerimenti: Fare riferimento alla guida rapida visualizzata sulla barra degli strumenti se non si conoscono le modalità di utilizzo di uno strumento. Provare il nuovo strumento prima di iniziare la costruzione.

Processo di costruzione

1		Creare un triangolo ABC qualsiasi.
2		Costruire l'asse di ogni lato del triangolo. <u>Suggerimento:</u> Lo strumento <i>Asse di un segmento</i> può essere applicato a qualsiasi segmento esistente.
3		Creare il punto di intersezione D di due assi dei segmenti.



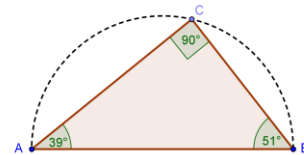
		<u>Suggerimento:</u> Lo strumento <i>Intersezione di due oggetti</i> non può essere applicato all'intersezione di tre rette. Selezionare due dei tre assi dei segmenti, oppure fare clic sul punto di intersezione, quindi selezionare una retta alla volta dall'elenco degli oggetti visualizzato.
4		Costruire una circonferenza di centro D , passante per uno dei vertici del triangolo ABC .
5		Eeguire il test di trascinamento per verificare la correttezza della costruzione.

Torniamo a scuola...

Modificare la costruzione in modo da rispondere alle seguenti domande:

1. Il centro della circonferenza circoscritta ad un triangolo può essere esterno al triangolo? Se sì, per quale tipo di triangoli?
2. Spiegare perché si utilizzano gli assi di un segmento per determinare il circocentro di un triangolo.

4. Visualizzare il Teorema sui triangoli inscritti in una semicirconferenza



Torniamo a scuola...

Prima di iniziare questa costruzione, aprire il foglio di lavoro dinamico “Triangoli_Semicirconf” <http://www.geogebra.org/student/m60443> in modo da avere un'idea su come gli studenti possano riscoprire ciò che Talete dimostrò circa 2600 anni fa.

In questa sezione verranno utilizzati i seguenti strumenti. Assicurarsi di conoscere il corretto utilizzo di ogni strumento prima di iniziare la costruzione:


	Segmento
	Semicirconferenza - per due punti Nuovo!
	Punto

	Poligono
	Angolo
	Muovi


Suggerimento: Se non si conosce con precisione il processo di costruzione, fare riferimento al file “Costruzione_Triangoli_Semicirconf” <http://www.geogebra.org/student/m60444>.



Prima di tutto








- Aprire una nuova finestra di GeoGebra.
- Selezionare *Raccolta Viste* –  *Geometria*.
- Modificare le impostazioni di etichettatura in *Solo nuovi punti* (menu *Opzioni – Etichettatura*).

Introduzione di un nuovo strumento

	Semicirconferenza - per due punti	Nuovo!
<u>Suggerimento:</u> L'ordine di selezione dei punti A e B determina l'orientazione della semicirconferenza.		

Suggerimenti: Fare riferimento alla guida rapida visualizzata sulla barra degli strumenti se non si conoscono le modalità di utilizzo di uno strumento. Provare tutti i nuovi strumenti prima di iniziare la costruzione.

Processo di costruzione

1		Tracciare il segmento AB .
2		Costruire una semicirconferenza passante per A e B .
3	 	Creare un nuovo punto C sulla semicirconferenza. <u>Suggerimento:</u> Verificare l'effettiva appartenenza del punto C all'arco, trascinando tale punto con il mouse.
4		Creare il triangolo ABC in senso antiorario.
5		Creare gli angoli interni del triangolo ABC . <u>Suggerimento:</u> Fare clic all'interno del poligono.
6		Trascinare il punto C con il mouse per verificare la correttezza della costruzione.

Sfida: Provare a dimostrare geometricamente il teorema.

Suggerimento: Creare il punto medio O del segmento AB e visualizzare il raggio OC come segmento.



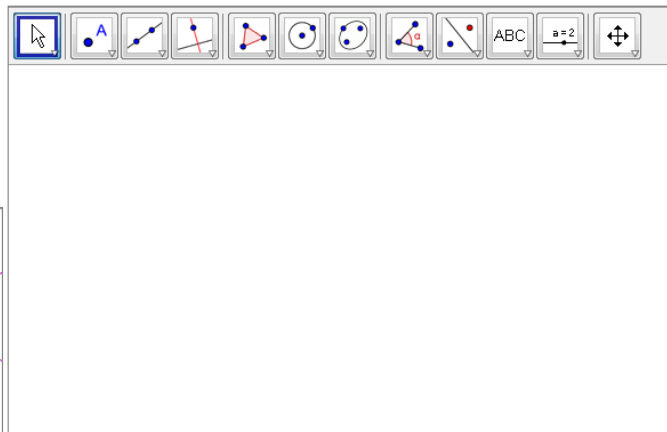
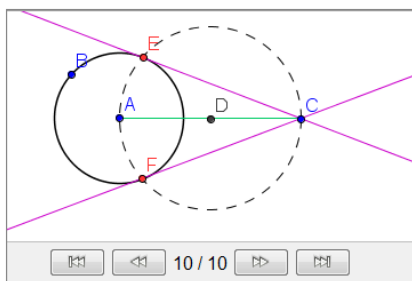
5. Costruire le tangenti a una circonferenza

Torniamo a scuola...

Aprire il foglio di lavoro dinamico (in inglese) “Tangenti_Circonferenza” [Tangenti_Circonferenza.html](#). Seguire le istruzioni sul foglio di lavoro, in modo da scoprire come costruire le tangenti ad una circonferenza. L'immagine mostra la versione localizzata del file.

Costruzione delle tangenti a una circonferenza

1. Utilizzare i **pulsanti freccia** nella figura qui sotto per rivedere il processo di costruzione delle tangenti a una circonferenza.
2. Provare a ripetere la costruzione **autonomamente** utilizzando il foglio di lavoro a destra.
3. Scrivere un protocollo di costruzione e **spiegare** ciascun passo della costruzione.



Discussione

- Quali strumenti sono stati utilizzati per la costruzione?
- Sono stati utilizzati nuovi strumenti nel processo di costruzione suggerito? Se sì, come avete scoperto il funzionamento del nuovo strumento?
- Avete notato qualcosa di diverso nella barra degli strumenti visualizzata nell'applet a destra?
- Pensate che i vostri studenti siano in grado di lavorare con un foglio di lavoro dinamico di questo tipo, e scoprire autonomamente i processi di costruzione?

Cosa fare se il mouse e il touchpad non funzionano?

Supponiamo che il mouse e/o il touchpad smettano di funzionare durante la preparazione dei file di GeoGebra per la prossima lezione. Come è possibile portare a termine il file della costruzione?




GeoGebra consente l'input diretto algebrico e dei comandi, oltre a disporre di strumenti puramente geometrici. Ogni strumento corrisponde a un comando, quindi può essere applicato anche senza usare il mouse.

Per accedere alla barra di inserimento tramite la tastiera del computer, se lo strumento *Muovi* è selezionato basta premere il tasto *Invio*, altrimenti è necessario selezionare lo strumento *Muovi* premendo il tasto *Esc*, prima di premere il tasto *Invio*.


Nota: GeoGebra mette a disposizione più comandi che strumenti geometrici. Quindi non tutti i comandi hanno un corrispondente strumento geometrico!

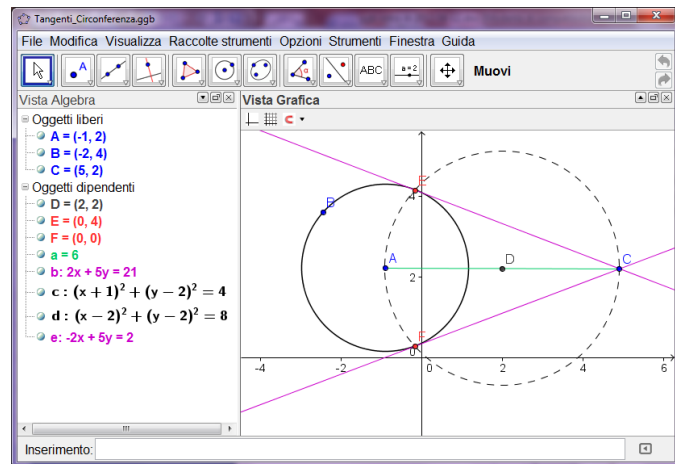
Esercizio

Visualizzare  l'elenco dei comandi accanto alla *barra di inserimento* e cercare i comandi relativi agli strumenti già presentati in questo seminario.

Come illustrato nell'ultima attività, la costruzione delle tangenti ad una circonferenza può essere effettuata utilizzando esclusivamente strumenti geometrici. Ora verrà ricreata la stessa costruzione, utilizzando unicamente l'input da tastiera.

Prima di tutto

- Aprire una nuova finestra di GeoGebra.
- Selezionare *Raccolta Viste*  *Algebra e grafici*.



Processo di costruzione

1	$A = (0, 0)$	Creare il punto A. <u>Suggerimento:</u> Le parentesi vengono automaticamente chiuse e completate.
2	$(3, 0)$	Creare il punto B. <u>Suggerimento:</u> Se non specificato diversamente, gli oggetti vengono nominati in ordine alfabetico.
3	Circonferenza [A, B]	Costruire la circonferenza c di centro A, passante per B



Suggerimento: La circonferenza è un oggetto dipendente.

Nota: GeoGebra distingue gli oggetti liberi da quelli dipendenti. Mentre gli oggetti liberi possono essere modificati utilizzando il mouse o la tastiera, gli oggetti dipendenti si adattano alle modifiche degli oggetti da cui dipendono. È dunque irrilevante la creazione di un oggetto tramite mouse o tastiera.

Attività 1

Attivare la modalità *Muovi* e fare doppio clic su un oggetto nella *Vista Algebra*, in modo da poterne modificare la rappresentazione algebrica tramite la tastiera. Al termine, premere il tasto *Invio* per confermare.

Attività 2

Utilizzare i tasti freccia per muovere gli oggetti liberi in modo controllato. Attivare la modalità *Muovi* e selezionare l'oggetto (ad es. un punto libero) in una delle due finestre. Premere i tasti freccia su/giù oppure sinistra/destra in modo da muovere l'oggetto nella direzione desiderata.

4	$C = (5, 4)$	Creare il punto C .
5	$s = \text{Segmento}[A, C]$	Creare il segmento AC .
6	$D = \text{PuntoMedio}[s]$	Creare il punto medio D del segmento AC .
7	$d = \text{Circonferenza}[D, C]$	Costruire la circonferenza d di centro D , passante per C .
8	$\text{Intersezione}[c, d]$	Creare i punti di intersezione E ed F delle circonferenze c e d .
9	$\text{Retta}[C, E]$	Creare la tangente passante per C ed E .
10	$\text{Retta}[C, F]$	Creare la tangente passante per C ed F .

Verifica e perfezionamento della costruzione

- Eseguire il test di trascinamento per verificare la correttezza della costruzione.
- Modificare le proprietà degli oggetti in modo da perfezionare l'aspetto della costruzione (ad es. colori, spessore delle linee, tratteggio degli oggetti ausiliari,...).
- Salvare la costruzione.



Discussione

- Sono emersi problemi o difficoltà durante il processo di costruzione?
- Quale versione della costruzione (mouse o tastiera) preferite e perché?
- Perché utilizzare la tastiera quando è possibile ottenere lo stesso risultato utilizzando gli strumenti?
Suggerimento: Ci sono comandi disponibili che non hanno uno strumento geometrico corrispondente.
- Ha importanza il modo in cui viene creato un oggetto? Può essere modificato nella *Vista Algebra* (tramite tastiera) e allo stesso modo nella *Vista Grafica* (con il mouse)?


6. Analisi dei coefficienti di una funzione di secondo grado

Torniamo a scuola...


In questa attività verrà analizzato il significato dei coefficienti in una funzione algebrica di secondo grado. Vedremo come è possibile integrare GeoGebra in un ambiente didattico 'tradizionale' in modo da rendere l'insegnamento attivo e mirato allo studente.

Seguire le istruzioni, quindi annotare i risultati e le osservazioni scaturite durante il lavoro con GeoGebra. Queste note saranno un valido riferimento per la discussione che seguirà l'attività.

Prima di tutto

- Aprire una nuova finestra di GeoGebra.
- Selezionare *Raccolta Viste* –  *Algebra e grafici*.

Processo di costruzione

1		Digitare $f(x) = x^2$ nella <i>barra di inserimento</i> , quindi premere il tasto <i>Invio</i> . <u>Esercizio</u> : Quale andamento avrà il grafico della funzione?
2		Selezionare la funzione nella <i>Vista Algebra</i> .
3	↑ ↓	Utilizzare i tasti freccia ↑ sù e ↓ giù. <u>Esercizio</u> : Qual è l'effetto sul grafico della funzione e sulla relativa equazione?



4		Selezionare nuovamente la funzione nella <i>Vista Algebra</i> .
5	← →	Utilizzare i tasti freccia ← sinistra e → destra. <u>Esercizio:</u> Qual è l'effetto sul grafico della funzione e sulla relativa equazione?
6		Fare doppio clic sull'equazione della funzione, quindi utilizzare la tastiera per modificarne l'equazione in $f(x) = 3x^2$. <u>Esercizio:</u> Come si è modificato il grafico della funzione? Modificare nuovamente l'equazione digitando valori diversi del coefficiente (ad es.. 0.5, -2, -0.8, 3).

Discussione

- Sono emersi problemi o difficoltà relativi all'uso di GeoGebra?
- Come è possibile integrare un'impostazione di questo tipo (GeoGebra combinato alle istruzioni su supporto cartaceo) in un ambiente didattico 'tradizionale'?
- Ritenete che sia possibile assegnare un'attività di questo tipo come compito ai vostri studenti?
- L'analisi dinamica dei coefficienti di un'equazione polinomiale di secondo grado può essere significativa per il processo di apprendimento degli studenti?
- Avete in mente qualche argomento di carattere matematico che può essere insegnato con modalità di questo tipo (schede su carta in combinazione con il computer)?

7. Utilizzare gli slider per modificare i coefficienti

Ora verrà illustrato un modo più dinamico per analizzare l'effetto di un coefficiente su una funzione polinomiale del tipo $f(x) = a * x^2$, utilizzando gli slider per la modifica dei valori assunti dal coefficiente.


Prima di tutto

- Aprire una nuova finestra di GeoGebra.
- Selezionare *Raccolta Viste* – *Algebra e grafici*.

Processo di costruzione

1	Creare la variabile $a = 1$.
---	-------------------------------



2	<p>Visualizzare la variabile a come slider nella <i>Vista Grafica</i>.</p> <p><u>Suggerimento:</u> Basta fare clic sull'icona \circ accanto al numero a nella <i>Vista Algebra</i>.</p> <p>Modificare il valore dello slider trascinando con il mouse il punto visualizzato sullo slider.</p>
3	<p>Digitare la funzione polinomiale di 2° grado $f(x) = a * x^2$.</p> <p><u>Suggerimento:</u> Non dimenticarsi di inserire un asterisco $*$ o uno spazio tra a ed x^2.</p>
4	<p> Creare uno slider b utilizzando lo strumento <i>Slider</i>.</p> <p><u>Suggerimento:</u> Attivare lo strumento e fare clic nella <i>Vista Grafica</i>. Utilizzare le impostazioni predefinite, quindi fare clic su <i>Applica</i>.</p>
5	<p>Digitare la funzione polinomiale $f(x) = a * x^2 + b$.</p> <p><u>Suggerimento:</u> GeoGebra sovrascriverà la vecchia funzione f con la nuova definizione.</p>

Suggerimenti e accorgimenti



- **Per assegnare un nome a un nuovo oggetto** basta digitare $\text{nome} =$ nella *barra di inserimento* prima della relativa rappresentazione algebrica.
Esempio: $P = (3, 2)$ crea il punto P .
- **Per indicare una moltiplicazione** è necessario inserire un asterisco o uno spazio tra i fattori.
Esempio: $a*x$ oppure $a x$
- **GeoGebra distingue maiuscole e minuscole!** È quindi necessario fare attenzione all'inserimento delle lettere.

Nota:

- I punti devono sempre essere indicati con lettere maiuscole.
Esempio: $A = (1, 2)$
- I vettori devono sempre essere indicati con lettere minuscole.
Esempio: $v = (1, 3)$
- Segmenti, rette, coniche, funzioni... devono sempre essere indicati con lettere minuscole.
Esempio: circonferenza $c: (x - 2)^2 + (y - 1)^2 = 16$
- La variabile x in una funzione e le variabili x e y nell'equazione di una conica devono sempre essere indicate con lettere minuscole.
Esempio: $f(x) = 3*x + 2$
- Per utilizzare un **oggetto all'interno di un'espressione algebrica** o di un comando è necessario creare tale oggetto prima di utilizzarne il nome nella *barra di inserimento*.

Esempi:

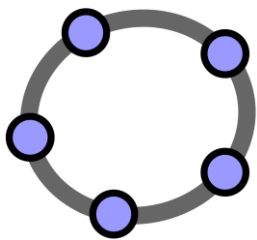


- $y = m x + q$ crea una retta i cui coefficienti sono i valori m e q (ad es. numeri / slider).
 - `Retta[A, B]` crea la retta passante per i punti già esistenti A e B .
 - **Confermare un'espressione** digitata nella *barra di inserimento* premendo il tasto *Invio*.
 - **Aprire la finestra della Guida** relativa all'utilizzo della *barra di inserimento* facendo clic nella *barra di inserimento*, quindi premendo il tasto $F1$.
 - **Messaggi di errore:** Leggere sempre i messaggi – possono fornire un valido aiuto alla soluzione di un problema!
 - **I comandi** possono essere digitati direttamente o selezionati dall'elenco  accanto alla *barra di inserimento*.
- Suggerimento: Per ulteriori informazioni relative all'utilizzo di un comando, selezionare  *Guida* nel menu *Guida* per accedere alla guida online di GeoGebra, che contiene le descrizioni dettagliate di ciascun comando e strumento.
- **Completamento automatico dei comandi:** Dopo avere digitato le prime due lettere di un comando nella *barra di inserimento*, GeoGebra prova a completarlo automaticamente e ne visualizza la sintassi.
 - Se il comando suggerito da GeoGebra è corretto, premere il tasto *Invio* per confermare e porre automaticamente il cursore all'interno delle parentesi quadre.
 - Se il comando suggerito non è quello desiderato, continuare l'inserimento fino ad ottenere il suggerimento corretto.

8. Sfida del giorno: Coefficienti di un polinomio

Utilizzare il file creato nell'ultima attività per lavorare ai seguenti obiettivi:

- Modificare il valore del coefficiente a muovendo con il mouse il punto mobile dello slider. Qual è l'effetto sul grafico della funzione polinomiale? Come cambia il grafico quando il valore del coefficiente è
 - (a) maggiore di 1
 - (b) compreso tra 0 e 1
 - (c) negativo?
 Annotare le osservazioni.
- Modificare il valore del coefficiente b . Qual è l'effetto sul grafico della funzione polinomiale?
- Creare uno slider per un nuovo coefficiente c . Inserire la funzione polinomiale $f(x) = a * x^2 + b x + c$. Modificare il valore del coefficiente c e osservare le modifiche sul grafico della funzione.









Input algebrico, funzioni ed esportazione di immagini negli Appunti del sistema

Materiale 3 per seminari GeoGebra




1. Coefficienti di una retta

In questa attività verranno utilizzati i seguenti strumenti, input algebrici e comandi. Apprendere le relative modalità di utilizzo prima di iniziare la costruzione.

 <p>Slider</p> <p>a: $y = m x + q$</p>	 <p>Intersezione</p>
 <p>Segmento</p> <p>Intersezione[retta, asseY]</p>	 <p>Pendenza Nuovo!</p>
	 <p>Mostra/nascondi oggetto</p>
	 <p>Muovi</p>

Suggerimento: Fare riferimento al file “Coefficienti_Retta”
<http://www.geogebraTube.org/student/m60530>.

Prima di tutto

- Aprire una nuova finestra di GeoGebra.
- Selezionare *Raccolta Viste* -  *Algebra e grafici*.

Passo di costruzione 1

Digitare nella *barra di inserimento*: $a: y = 0.8 x + 3.2$

Obiettivi

- Muovere la retta nella *Vista Algebra*, utilizzando i tasti freccia. Quale coefficiente si modifica?
- Muovere la retta nella *Vista Grafica*, utilizzando il mouse. Quale trasformazione è stata applicata alla retta?








Introduzione di un nuovo strumento

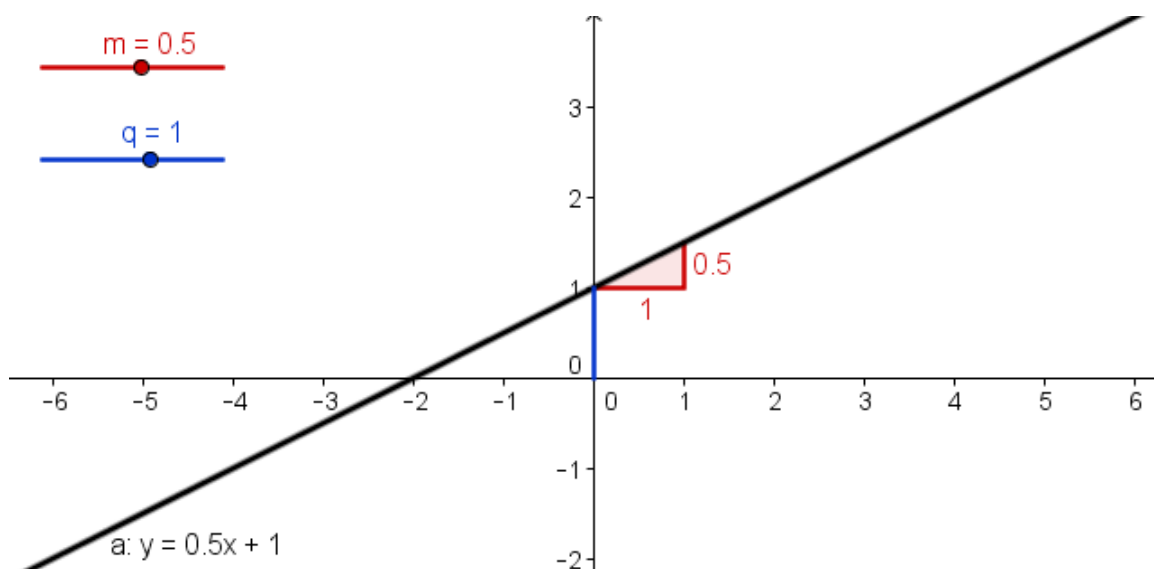


Suggerimenti: Fare riferimento alla guida rapida visualizzata sulla barra degli strumenti se non si conoscono le modalità di utilizzo di uno strumento. Provare il nuovo strumento prima di iniziare la costruzione.



Processo di costruzione 2

1		Eliminare la retta creata al <i>Passo di costruzione 1</i> .
2		Creare gli slider m e q utilizzando le impostazioni predefinite degli slider.
3		Digitare a : $y = m * x + q$. <u>Suggerimento</u> : Non dimenticare di inserire un asterisco o uno spazio per indicare la moltiplicazione
4		Creare il punto di intersezione A tra la retta e l'asse y . <u>Suggerimento</u> : In alternativa è possibile utilizzare il comando <code>Intersezione[retta, asseY]</code> .
5		Creare un punto B nell'origine degli assi cartesiani.
6		Creare il segmento con vertici in A e B . <u>Suggerimento</u> : È possibile aumentare lo spessore del tratto del grafico del segmento per renderlo maggiormente visibile.
7		Creare la pendenza (triangolo) della retta.
8		Nascondere gli oggetti non necessari. <u>Suggerimento</u> : In alternativa a questo strumento basta fare clic sulle relative icone  presenti nella <i>Vista Algebra</i> .
9		Modificare l'aspetto degli oggetti presenti utilizzando la <i>barra di stile</i> .





Esercizio

Scrivere le linee guida necessarie ai vostri studenti per studiare, tramite l'utilizzo degli slider, le interdipendenze tra coefficienti di una retta e pendenza. Tali istruzioni possono essere fornite su supporto cartaceo, assieme al file di GeoGebra.

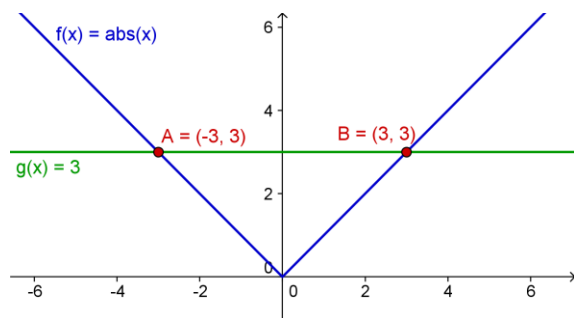
2. Libreria di funzioni – Visualizzare i valori assoluti

In GeoGebra sono disponibili vari tipi di funzione (trigonometriche, valore assoluto, esponenziali,...). Le funzioni vengono trattate come oggetti, e possono essere utilizzate in combinazione con le costruzioni geometriche.


Nota: È possibile selezionare alcune delle funzioni disponibili direttamente dal menu accanto alla barra di inserimento. L'elenco completo delle funzioni supportate da GeoGebra è disponibile nel Wiki (<http://wiki.geogebra.org/it>).

Prima di tutto

- Aprire una nuova finestra di GeoGebra.
- Selezionare *Raccolta Viste - Algebra e grafici*.



Processo di costruzione

1	Digitare la funzione valore assoluto $f(x) = \text{abs}(x)$.
2	Inserire la funzione costante $g(x) = 3$.
3	 Intersecare le due funzioni. <u>Suggerimento:</u> Potrebbe essere necessario intersecare le funzioni due volte per ottenere entrambi i punti di intersezione.

Suggerimento: È possibile chiudere la *Vista Algebra* e visualizzare le etichette contenenti i nomi e i valori degli oggetti.

Torniamo a scuola...

(a) Muovere la funzione costante con il mouse, oppure premendo i tasti freccia. Qual è la relazione tra l'ordinata e l'ascissa di ciascun punto di intersezione?



(b) Muovere la funzione valore assoluto verso l'alto o il basso utilizzando il mouse o i tasti freccia. Come si modifica l'equazione della funzione?

(c) Come è possibile utilizzare questa costruzione in modo da fare familiarizzare gli studenti con il concetto di valore assoluto?

Suggerimento: La simmetria del grafico della funzione indica che in generale esistono due soluzioni per un problema con un valore assoluto.

3. Libreria di funzioni – Sovrapposizione di sinusoidi


Un'escursione nella fisica

Le onde sonore possono essere rappresentate matematicamente come combinazione di sinusoidi. Ogni tono musicale è composto da più sinusoidi della forma $y(t) = a \sin(\omega t + \phi)$.




L'ampiezza a influenza il volume del tono, mentre la frequenza angolare ω determina il grado della tonalità. Il termine ϕ si dice fase, ed indica se l'onda sonora è traslata rispetto al tempo.

Se si verifica l'interferenza tra due sinusoidi, si ha un fenomeno di sovrapposizione. Ciò significa che le sinusoidi si amplificano o si smorzano reciprocamente. È possibile simulare questo fenomeno con GeoGebra, in modo da esaminare i casi particolari che si verificano anche nel mondo reale.

Prima di tutto

- Aprire una nuova finestra di GeoGebra.
- Selezionare *Raccolta Viste* –  *Algebra e grafici*.

Processo di costruzione

1	 $a=2$	Creare tre slider a_1 , ω_1 e ϕ_1 . <u>Suggerimenti</u> : la scrittura a_1 genera un pedice. Per selezionare le lettere greche utilizzare il menu  a fianco del campo <i>Nome</i> nella finestra di dialogo <i>Slider</i> .
2		Digitare la funzione seno $g(x) = a_1 \sin(\omega_1 x + \phi_1)$. <u>Suggerimento</u> : È possibile selezionare le lettere greche dal menu alla destra del campo <i>Nome</i> .
3	 $a=2$	Creare tre slider a_2 , ω_2 e ϕ_2 .



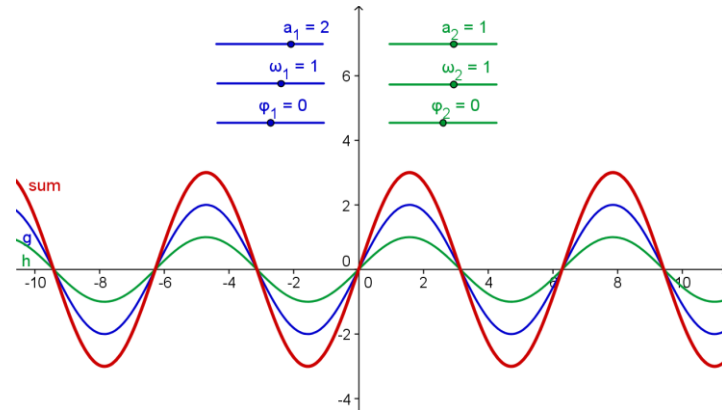
	Suggerimento: Per spostare uno slider nella <i>Vista Grafica</i> è necessario che lo strumento <i>Slider</i> sia attivato.
4	Inserire la nuova funzione $h(x) = a_2 \sin(\omega_2 x + \varphi_2)$.
5	Creare la somma delle due funzioni $somma(x) = g(x) + h(x)$.
6	Modificare il colore delle tre funzioni in modo da renderne più immediata l'identificazione.

Torniamo a scuola...

(a) Esaminare l'effetto dei parametri sul grafico delle sinusoidi, modificando i valori degli slider.

(b) Porre $a_1 = 1$, $\omega_1 = 1$ e $\varphi_1 = 0$. Per quali valori di a_2 , ω_2 e φ_2 la somma ha la massima ampiezza?

Nota: In questo caso il tono risultante avrà il volume massimo.



(c) Per quali valori di a_2 , ω_2 , e φ_2 le due funzioni si annullano reciprocamente?

Nota: In questo caso non verrà udito alcun tono.

4. Introduzione alle derivate – La funzione pendenza

In questa sezione verranno utilizzati i seguenti strumenti, comandi e l'input algebrico. Apprendere le relative modalità di utilizzo prima di iniziare la costruzione.

$f(x) = x^2/2 + 1$

Punto

Tangenti

$m = \text{Pendenza}[t]$

$S = (x(A), m)$


Segmento

Muovi


Suggerimento: Fare riferimento al file “Funzione_Pendenza” <http://www.geogebra.org/student/m60532>.



Prima di tutto




- Aprire una nuova finestra di GeoGebra.
- Selezionare *Raccolta Viste* -  *Algebra e grafici*.

Introduzione di un nuovo strumento

	Tangenti	Nuovo!
<u>Suggerimento:</u> Fare clic su un punto appartenente a una funzione, quindi sulla funzione stessa.		

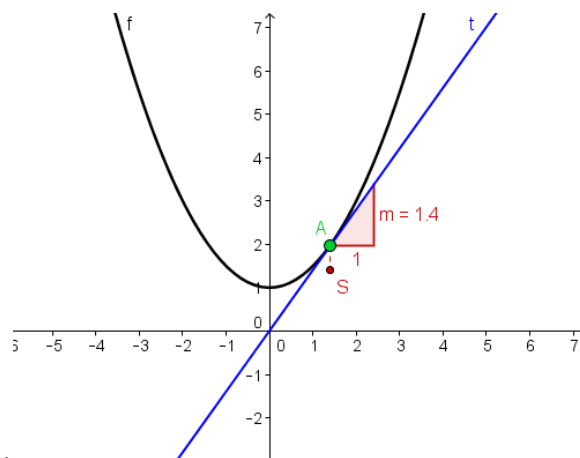
Suggerimenti: Fare riferimento alla guida rapida visualizzata sulla barra degli strumenti se non si conoscono le modalità di utilizzo di uno strumento. Provare il nuovo strumento prima di iniziare la costruzione.

Processo di costruzione

1		Digitare la funzione polinomiale $f(x) = x^2/2 + 1$.
2		Creare il nuovo punto A sulla funzione f . <u>Suggerimento:</u> Muovere il punto A per verificare se effettivamente è vincolato al grafico della funzione.
3		Creare la tangente t alla funzione f , passante per A .
4		Creare la pendenza di t digitando: $m = \text{Pendenza}[t]$.
5		Definire il punto S : $S = (x(A), m)$. <u>Suggerimento:</u> $x(A)$ indica l'ascissa del punto A .
6		Tracciare il segmento di vertici A ed S .

Torniamo a scuola...

- Muovere il punto A lungo il grafico della funzione e formulare una congettura sull'andamento del percorso del punto S , che corrisponde al grafico della funzione pendenza.
- Attivare la traccia del punto S . Muovere il punto A per






verificare la congettura formulata.

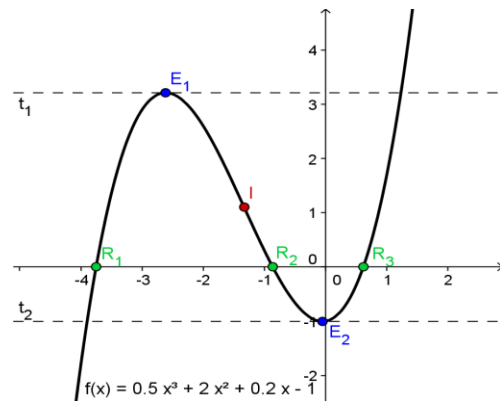
Suggerimento: Fare clic con il tasto destro del mouse sul punto S (MacOS: *Ctrl*-clic) e selezionare  *Traccia attiva*.

- (c) Determinare l'equazione della funzione pendenza. Digitare la funzione e muovere il punto A. Se la funzione è corretta, la traccia del punto S coinciderà con il grafico della funzione.
- (d) Modificare l'equazione della funzione polinomiale f per generare un nuovo problema.


5. Esplorare le funzioni polinomiali

Prima di tutto

- Aprire una nuova finestra di GeoGebra.
- Selezionare *Raccolta Viste - Algebra e grafici*. 



Processo di costruzione

1	Digitare la funzione cubica $f(x) = 0.5x^3 + 2x^2 + 0.2x - 1$.
2	Determinare le radici del polinomio f : $R = \text{Radice}[f]$ <u>Suggerimento:</u> Se il polinomio ammette più radici, queste saranno indicate con indici: nel nostro caso R_1, R_2, R_3 .
3	Determinare gli estremi della cubica f : $E = \text{Estremo}[f]$.
4	 Creare le tangenti ad f in E_1 ed E_2 .
5	Creare il punto di flesso della cubica f : $I = \text{Flesso}[f]$.

Suggerimento: È possibile modificare le proprietà degli oggetti visualizzati (ad es. Il colore dei punti, lo stile delle tangenti, la visualizzazione di nomi e valori).




6. Esportare un'immagine negli Appunti del sistema

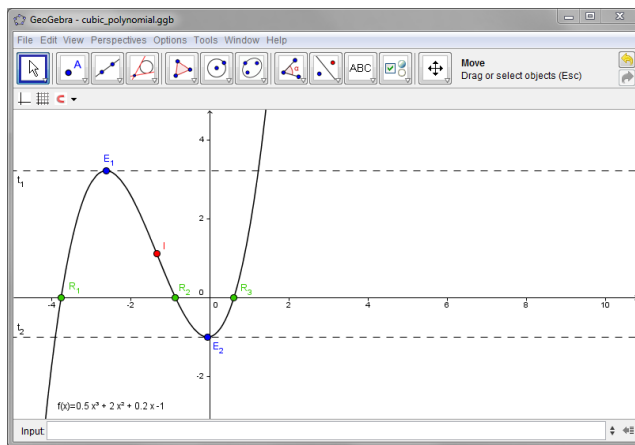
La *Vista Grafica* di GeoGebra può essere esportata come immagine negli *Appunti* del computer. In questo modo può essere facilmente inserita in



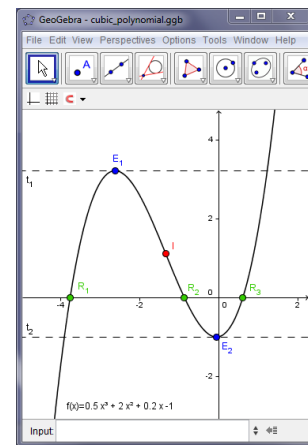
documenti di testo o presentazioni, consentendo all'utente di avere a disposizione un supporto grafico per test, quiz, note o giochi matematici.

GeoGebra esporta l'intera *Vista Grafica* negli *Appunti*: quindi, per ridurre lo spazio non utile è necessario ottimizzare le dimensioni della finestra di GeoGebra come segue:

- Muovere la figura (o la parte che interessa) verso l'angolo in alto a sinistra della *Vista Grafica*, utilizzando lo strumento  *Muovi la Vista Grafica* (vedere figura in basso a sinistra).
Suggerimento: Gli strumenti  *Zoom avanti* e  *Zoom indietro* sono utili nella preparazione della figura per il processo di esportazione.
- Ridurre le dimensioni della finestra di GeoGebra, trascinandone l'angolo inferiore sinistro con il mouse (vedere figura in basso a destra).
Suggerimento: Il puntatore cambia forma nel momento in cui passa sopra agli angoli della finestra di GeoGebra.



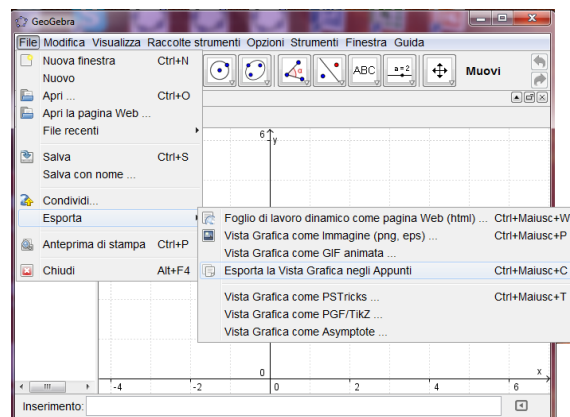
La finestra di GeoGebra prima del ridimensionamento



La finestra di GeoGebra dopo il ridimensionamento

Utilizzare il menu *File* per esportare la *Vista Grafica* negli *Appunti*:

- *Esporta – Vista Grafica negli Appunti*
Suggerimento: È inoltre possibile utilizzare la combinazione di tasti *Ctrl – Maiusc – C* (MacOS: *Cmd – Maiusc – C*).
- L'immagine è ora memorizzata negli Appunti del sistema, e può essere inserita in qualsiasi documento di testo, presentazione, ecc...





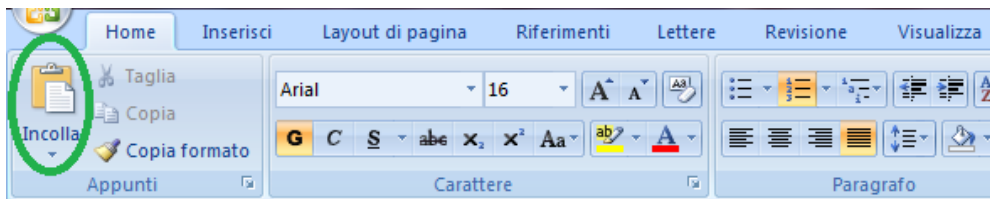
7. Inserire immagini in un documento di testo

Inserire immagini dagli Appunti in MS Word

Dopo avere esportato un'immagine da GeoGebra negli Appunti del computer è possibile incollare l'immagine in un programma per l'elaborazione di testi (ad es. MS Word).

- Aprire un nuovo documento di testo.
- Nel menu *Home* selezionare *Incolla*. L'immagine verrà inserita nella posizione del cursore.

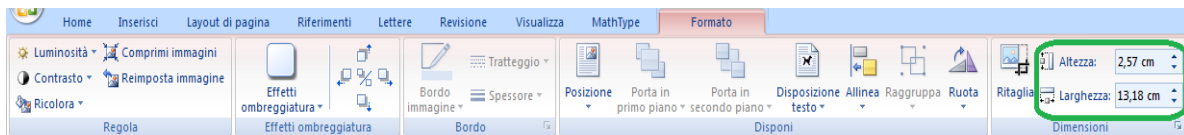
Suggerimento: In alternativa è possibile utilizzare la combinazione di tasti *Ctrl – V* (MacOS: *Cmd – V*).



Ridurre le dimensioni delle immagini

Se necessario, è possibile ridurre le dimensioni dell'immagine in MS Word:

- Fare doppio clic sull'immagine inserita.
- Modificare l'altezza / larghezza dell'immagine tramite la voce *Dimensioni*, visualizzata a destra.



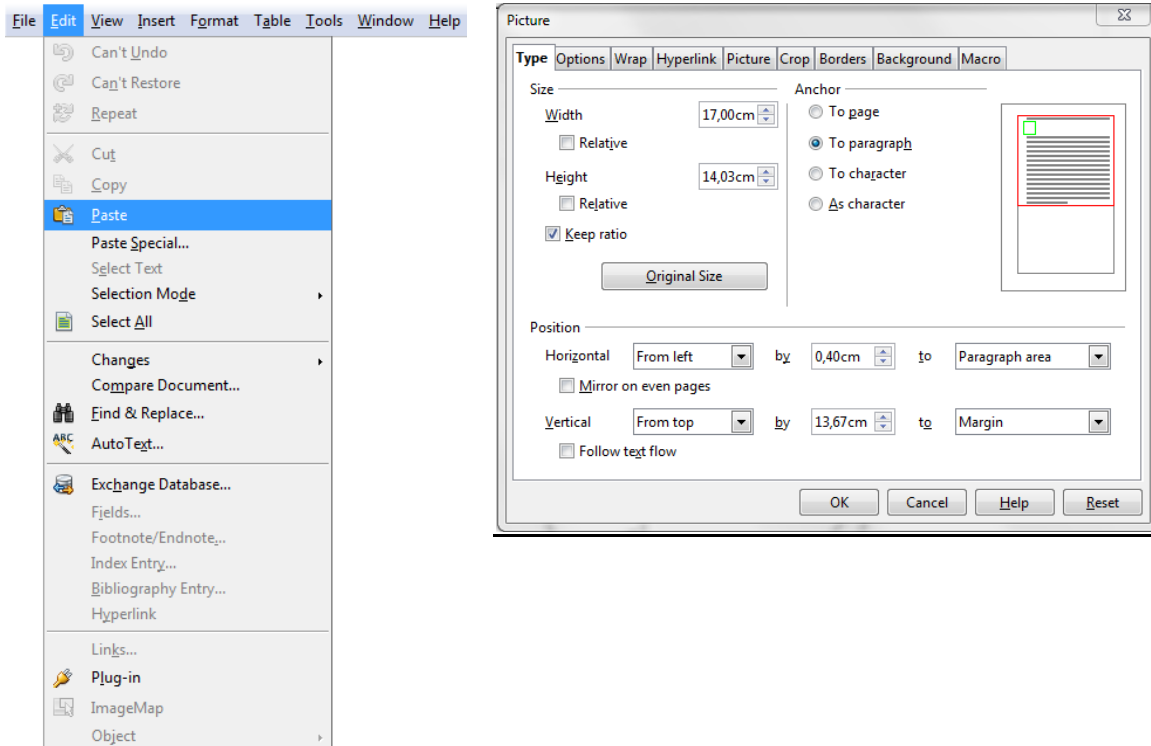
Nota: Modificando le dimensioni di un'immagine, la scala viene modificata di conseguenza. Se si desidera mantenere la scala (ad es. per consentire agli studenti di misurare delle lunghezze) verificare che la dimensione dell'immagine sia impostata al 100%.

Nota: Se un'immagine è troppo grande rispetto alla pagina, MS Word la ridurrà automaticamente, modificandone di conseguenza la scala.



Inserire immagini dagli Appunti in OO Writer

- Aprire un nuovo documento di testo
- Nel menu *Modifica* selezionare *Incolla* oppure utilizzare la combinazione di tasti *Ctrl – V* (MacOS: *Cmd – V*).



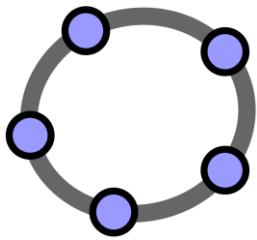
Ridurre le dimensioni delle immagini in OO Writer

- Fare doppio clic sull'immagine inserita.
- Selezionare la scheda *Tipo* nella finestra *Immagine* visualizzata.
- Modificare l'altezza / larghezza dell'immagine.
- Fare clic su *OK*.

8. Sfida del giorno: Creare materiale didattico

Scegliere un argomento matematico di vostro interesse, quindi creare un foglio di lavoro / degli appunti / un quiz per i vostri studenti.

- Creare una figura in GeoGebra ed esportarla negli *Appunti* del computer.
- Inserire l'immagine in un programma di elaborazione testi.
- Aggiungere spiegazioni / obiettivi / problemi per gli studenti.



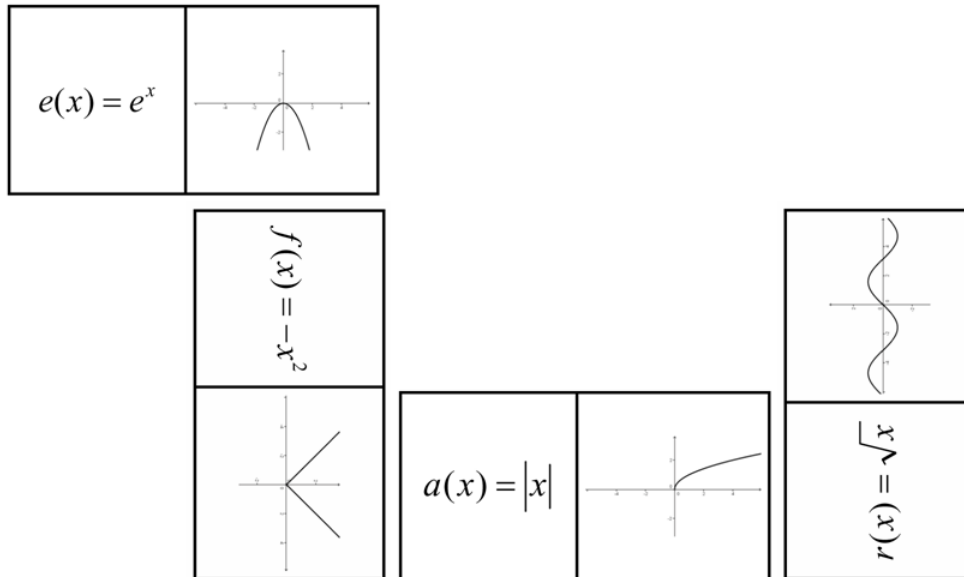
Trasformazioni e inserimento di immagini nella Vista Grafica

Materiale 4 per seminari GeoGebra




1. Creare un gioco: 'Domino di funzioni'



Lo scopo di questa attività è fare pratica con l'esportazione negli Appunti dei grafici delle funzioni e il loro successivo inserimento in un programma di elaborazione testi, in modo da creare delle tessere per un gioco di 'Domino di funzioni'. Prima di iniziare questa attività provate a familiarizzare con l'inserimento delle funzioni in GeoGebra.



Prima di tutto

- Aprire una nuova finestra di GeoGebra.
- Selezionare *Raccolta Viste* –  *Algebra e grafici*.

Processo di costruzione in GeoGebra

1	Inserire una funzione arbitraria. <u>Esempi:</u> $e(x) = \exp(x)$ oppure $f(x) = \sin(x)$
2	 Muovere il grafico della funzione nell'angolo in alto a sinistra della <i>Vista Grafica</i> .
3	Ridimensionare la finestra di GeoGebra in modo tale da visualizzare solo la parte di <i>Vista Grafica</i> necessaria allo scopo.
4	Esportare la <i>Vista Grafica</i> negli Appunti. <u>Suggerimento:</u> Menu <i>File</i> – <i>Esporta</i> –  <i>Vista Grafica negli Appunti</i> .



Processo di costruzione per MS Word

1	Aprire un nuovo documento di testo.
2	Creare una tabella con 2 colonne e varie righe. <u>Suggerimento:</u> Menu <i>Inserisci – Tabella...</i>
3	Selezionare l'intera tabella, quindi aprire la finestra di dialogo <i>Proprietà tabella</i> . <u>Suggerimento:</u> clic con il tasto destro del mouse – <i>Proprietà tabella...</i>
4	Fare clic sulla scheda <i>Riga</i> e specificare l'altezza delle righe in 5 cm.
5	Fare clic sulla scheda <i>Colonna</i> e specificare la larghezza delle colonne in 5 cm.
6	Fare clic sulla scheda <i>Cella</i> e impostare l'allineamento verticale in <i>Centrato</i> .
7	Fare clic sul pulsante <i>OK</i> .
8	Posizionare il cursore in una delle celle della tabella. Inserire il grafico della funzione presente negli Appunti. <u>Suggerimento:</u> Menu <i>Home – Incolla</i> o combinazione di tasti <i>Ctrl – V</i> (MacOS: <i>Cmd – V</i>).
9	Se necessario, ridimensionare l'immagine. <u>Suggerimento:</u> fare doppio clic sull'immagine per aprire la scheda <i>Formato</i> , quindi fare clic su <i>Dimensioni</i> e impostare il lato più lungo in 4.8 cm.
10	Digitare l'equazione di un'altra funzione nella cella accanto all'immagine. <u>Suggerimento:</u> È consigliato l'utilizzo di un editor di equazioni.

Per creare una nuova tessera del domino, ripetere i passi appena descritti in GeoGebra, in modo da generare una funzione di tipo diverso (ad es. trigonometrica, logaritmica), quindi inserire la nuova immagine esportata in MS Word.


Suggerimento: Verificare che le equazioni e i grafici delle varie funzioni siano posizionati su tessere di domino diverse.

2. Creare un gioco: “Memory di figure geometriche”


Lo scopo di questa attività è fare pratica con l'esportazione negli Appunti dei grafici delle figure geometriche e il loro successivo inserimento in un programma di elaborazione testi, in modo da creare delle carte per un gioco di tipo "Memory" con le figure geometriche. Imparare a costruire le diverse figure geometriche (ad es. quadrilateri, triangoli) prima di iniziare questa attività.

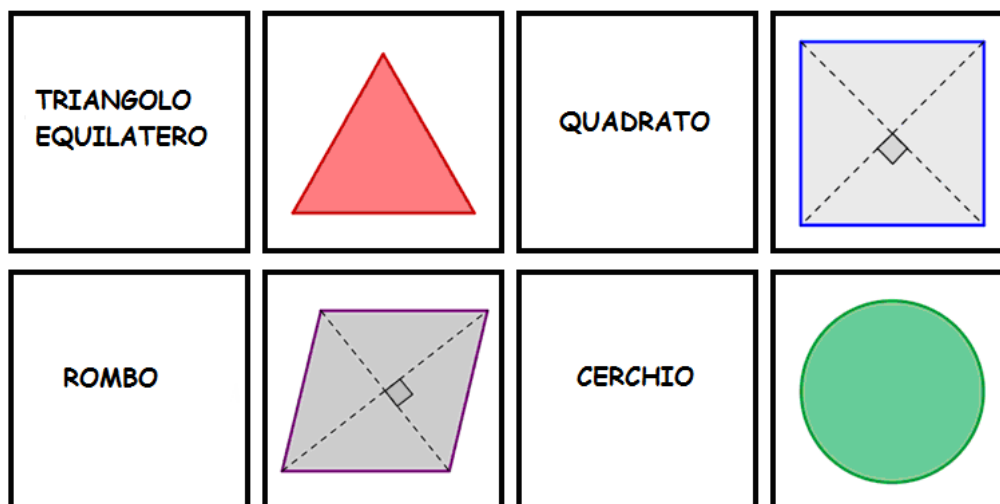


Prima di tutto

- Aprire una nuova finestra di GeoGebra.
- Selezionare *Raccolta Viste* –  *Geometria*.

Processo di costruzione in GeoGebra

1	Creare una figura geometrica (ad es. un triangolo isoscele).
2	Perfezionare la costruzione utilizzando la <i>barra di stile</i> .
3	Muovere la figura nell'angolo in alto a sinistra della <i>Vista Grafica</i> e ridimensionare la finestra di GeoGebra.
4	Esportare la <i>Vista Grafica</i> negli Appunti. <u>Suggerimento</u> : Menu <i>File</i> – <i>Esporta</i> –  <i>Vista Grafica negli Appunti</i> .



Processo di costruzione in MS Word

1	Aprire un nuovo documento di testo.
2	Creare una tabella con 2 colonne e varie righe. <u>Suggerimento</u> : Menu <i>Inserisci</i> – <i>Tabella...</i>
3	Selezionare l'intera tabella, quindi aprire la finestra di dialogo <i>Proprietà tabella</i> . <u>Suggerimento</u> : clic con il tasto destro del mouse – <i>Proprietà tabella...</i>
4	Fare clic sulla scheda <i>Riga</i> e specificare l'altezza delle righe in 5 cm.



5	Fare clic sulla scheda <i>Colonna</i> e specificare la larghezza delle colonne in 5 cm.
6	Fare clic sulla scheda <i>Cella</i> e impostare l'allineamento verticale in <i>Centrato</i> .
7	Fare clic sul pulsante <i>OK</i> .
8	Posizionare il cursore in una delle celle della tabella. Inserire il grafico della figura geometrica presente negli Appunti. <u>Suggerimento</u> : Menu <i>Home – Incolla</i> o combinazione di tasti <i>Ctrl – V</i> (MacOS: <i>Cmd – V</i>).
9	Se necessario, ridimensionare l'immagine. <u>Suggerimento</u> : fare doppio clic sull'immagine per aprire la scheda <i>Formato</i> , quindi fare clic su <i>Dimensioni</i> e impostare il lato più lungo in 4.8 cm.
10	Digitare il nome della figura geometrica in un'altra cella della tabella.

Per creare una nuova carta del 'Memory', basta costruire una nuova figura geometrica in GeoGebra (ad es. parallelogramma, cerchio, triangolo), quindi inserire la nuova immagine esportata in MS Word.

Suggerimento: Assicurarsi che ciascuna carta del 'Memory' contenga la figura geometrica e il relativo nome.

3. Esplorare le simmetrie con GeoGebra

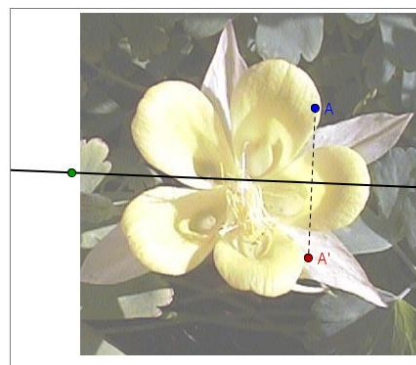
Torniamo a scuola...

Aprire il foglio di lavoro dinamico "Strumento_Simmetria" <http://www.geogebraTube.org/student/m60549>. Seguire le istruzioni sul foglio di lavoro, per apprendere come gli studenti possono scoprire gli assi di simmetria di un fiore.

Suggerimento: In seguito, durante questo seminario, verrà illustrato il processo di creazione relativo a fogli di lavoro dinamici di questo tipo.

Ricerca degli assi di simmetria

L'immagine contiene un punto **A** e il suo simmetrico **A'** rispetto a una retta.



1. **Trascina** il punto **A** con il mouse all'esterno dell'immagine del fiore. Cosa puoi osservare? **Annota le tue considerazioni**.

2. Quanti sono gli **assi di simmetria** di questo fiore?
Suggerimento: Trascina i **punti verdi** in modo da **modificare la posizione dell'asse di simmetria**, quindi ripeti il passo (1) per ogni posizione dell'asse.
Suggerimento: Fai clic sull'icona presente nell'angolo in alto a destra per **cancellare le tracce**.


3. Fai un **disegno** (su carta) che illustri gli assi di simmetria del fiore che hai individuato.





Discussione

- Quale beneficio possono trarre gli studenti da una costruzione di questo tipo?
- Quali strumenti sono stati utilizzati per la creazione della figura dinamica?

Prima di tutto








- Salvare l'immagine
<http://www.geogebra.org/book/intro-en/worksheets/flower.jpg> nel computer.
- Aprire una nuova finestra di GeoGebra.
- Selezionare *Raccolta Viste* –  *Geometria*.

Introduzione di nuovi strumenti



	Mostra / Nascondi etichetta	Nuovo!
	Simmetria assiale	Nuovo!
	<u>Suggerimento:</u> Fare clic sull'oggetto da trasformare, quindi sull'asse di simmetria.	


Suggerimenti: Fare riferimento alla guida rapida visualizzata sulla barra degli strumenti se non si conoscono le modalità di utilizzo di uno strumento. Provare tutti i nuovi strumenti prima di iniziare la costruzione.

Processo di costruzione

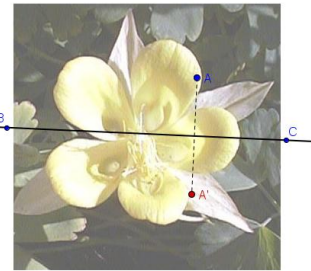
1		Creare un nuovo punto A .
2		Mostrare l'etichetta del punto A . <u>Suggerimento:</u> lo stile dell'etichetta può essere modificato anche tramite la barra di stile
3		Costruire l'asse della simmetria, passante per due punti.
4		Creare il simmetrico del punto A rispetto alla retta, in modo da ottenere il punto immagine A' .
5		Creare il segmento di estremi A ed A' .
6		Impostare la <i>Traccia attiva</i> per i punti A ed A' . <u>Suggerimento:</u> Fare clic con il tasto destro del mouse (MacOS: <i>Ctrl</i> – clic) su ciascun punto, quindi selezionare <i>Traccia attiva</i> . Quando il punto A verrà mosso, lascerà una traccia nella <i>Vista Grafica</i> .
7		Muovere il punto A per tracciare una figura dinamica.



8		Inserire nella <i>Vista Grafica</i> l'immagine salvata. <u>Suggerimento:</u> Fare clic nell'angolo in basso a sinistra della <i>Vista Grafica</i> per inserire l'immagine in questa posizione.
9		Regolare la posizione dell'immagine inserita.
10		Impostare l'immagine come <i>Immagine di sfondo</i> (finestra di dialogo <i>Proprietà</i> , scheda <i>Fondamentali</i>).
11		Ridurre l' <i>Opacità</i> dell'immagine (finestra di dialogo <i>Proprietà</i> , scheda <i>Colore</i>). <u>Suggerimento:</u> Dopo avere impostato l'immagine come sfondo, non potrà essere più selezionata nella <i>Vista Grafica</i> .

Suggerimento: La funzionalità  *Traccia attiva* ha alcune caratteristiche particolari:

- La traccia è un fenomeno temporaneo. Ogni aggiornamento del grafico elimina la traccia visualizzata.
- Una traccia non può essere salvata, in quanto non è un oggetto di GeoGebra e non è visualizzata nella *Vista Algebra*.
- Per cancellare una traccia basta aggiornare la Vista (menu *Visualizza – Aggiorna la videata* oppure con la combinazione di tasti *Ctrl – F*. (MacOS: *Cmd – F*).



4. Ridimensionare, riflettere e distorcere un'immagine

Lo scopo di questa attività è imparare a ridimensionare un'immagine inserita in GeoGebra ed applicare delle trasformazioni all'immagine.





Prima di tutto

- Salvare l'immagine http://www.geogebra.org/book/intro-en/worksheets/Sunset_Palmtrees.jpg nel computer.
- Aprire una nuova finestra di GeoGebra.
- Selezionare *Raccolta Viste – Geometria*  e visualizzare la *barra di inserimento* (menu *Visualizza – Barra di inserimento*).







Processo di costruzione per simmetria e ridimensionamento

1		Inserire nella parte sinistra della <i>Vista Grafica</i> l'immagine salvata.
2		Creare un nuovo punto <i>A</i> nell'angolo in basso a sinistra dell'immagine.
3		Impostare il punto <i>A</i> come <i>primo</i> punto corner dell'immagine. <u>Suggerimento:</u> Aprire la finestra di dialogo <i>Proprietà</i> e selezionare l'immagine dall'elenco degli oggetti. Fare clic sulla scheda <i>Posizione</i> , quindi selezionare il punto <i>A</i> dall'elenco a discesa di <i>Corner 1</i> .
4		Creare il punto $B = A + (3, 0)$.
5		Impostare il punto <i>B</i> come <i>secondo</i> corner dell'immagine. <u>Suggerimento:</u> La larghezza dell'immagine è diventata di 3 cm.
6		Creare una retta verticale per due punti, a metà della <i>Vista Grafica</i> .
7		Applicare la simmetria assiale all'immagine, avente per asse la retta appena creata. <u>Suggerimento:</u> È possibile ridurre l'opacità dell'immagine trasformata in modo da distinguerla con facilità dall'originale (finestra di dialogo <i>Proprietà</i>).

Torniamo a scuola...

- (a) Muovere il punto *A* con il mouse. Qual è l'effetto sull'immagine?
- (b) Muovere l'immagine con il mouse e osservare l'effetto sull'immagine trasformata.
- (c) Muovere l'asse di simmetria trascinandone i due punti con il mouse. Qual è l'effetto sull'immagine trasformata?

Processo di costruzione per distorcere un'immagine

1		Aprire la costruzione precedente.
2		Eliminare il punto <i>B</i> per ripristinare le dimensioni originali dell'immagine.
3		Creare un nuovo punto <i>B</i> nell'angolo in basso a destra dell'immagine originale.
4		Impostare il nuovo punto <i>B</i> come <i>secondo</i> punto corner dell'immagine. <u>Suggerimento:</u> È ora possibile ridimensionare l'immagine muovendo il punto <i>B</i> .

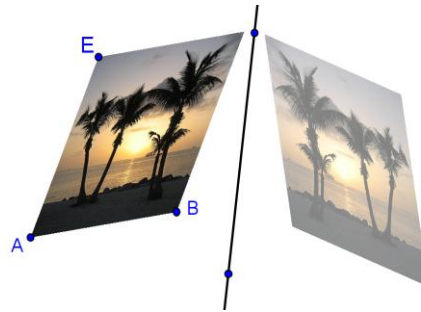


5		Creare un nuovo punto E nell'angolo in alto a sinistra dell'immagine originale. <u>Suggerimento:</u> Digitare una lettera qualsiasi per aprire la finestra di dialogo <i>Rinomina</i> .
6		Impostare il nuovo punto E come <i>quarto</i> punto corner dell'immagine.

Torniamo a scuola...

(a) Quali effetti ha lo spostamento del punto E sulla prima immagine e sulla sua trasformata?

(b) Quale forma geometrica assumono sempre l'immagine e la sua trasformata?

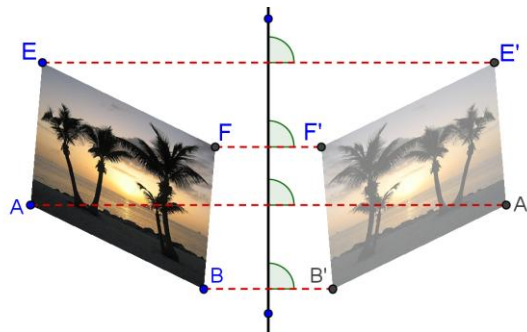


5. Esplorare le proprietà della simmetria

Lo scopo di questa attività è la creazione di una figura dinamica che consenta agli studenti di analizzare le proprietà della simmetria.

Prima di tutto

Verrà modificata la costruzione creata nell'attività precedente. Se si desidera mantenere anche una copia dell'originale è necessario salvare il file.



Processo di costruzione

1		Aprire il file creato nell'attività precedente, che contiene una fotografia distorta di alberi di palma, e la relativa simmetrica rispetto a una retta.
2		Creare il segmento di vertici A e B .
3		Creare il segmento di vertici A ed E .
4		Creare la retta parallela al segmento AB , passante per E .



5		Creare la retta parallela al segmento AE , passante per B .
6		Intersecare le due rette per ottenere il punto di intersezione F .
7		Nascondere gli oggetti ausiliari deselezionandone le relative icone.
8		Creare i simmetrici dei quattro punti corner A, B, E ed F rispetto alla retta, in modo da ottenere le loro immagini A', B', E' ed F' .
9		Collegare i punti corrispondenti con segmenti (ad es. i punti A e A').
10		Creare gli angoli compresi tra l'asse di simmetria ed i segmenti.

Torniamo a scuola...

(a) Muovere i punti corner A, B, E ed F dell'immagine originale. È possibile trascinare tutti questi punti con il mouse? Se non è possibile, quali punti possono essere trascinati e perché?

(b) Muovere l'asse di simmetria. Cosa si può osservare relativamente agli angoli tra i segmenti congiungenti i punti corner corrispondenti e l'asse di simmetria?

(c) Che cosa rappresenta l'asse di simmetria per i segmenti che uniscono ciascun punto e la relativa immagine?

6. Traslare un'immagine

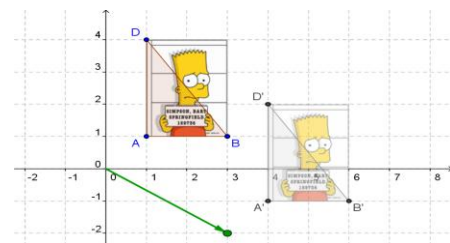
In questa attività verranno utilizzati i seguenti strumenti e comandi. Prima di iniziare assicurarsi di conoscere il corretto utilizzo di ogni strumento e comando.

	Inserisci immagine $A = (1, 1)$
	Poligono Vettore[O, P]

	Vettore	Nuovo!
	Traslazione	Nuovo!
	Muovi	
ABC	Inserisci testo	

Prima di tutto




- Salvare l'immagine <http://www.geogebra.org/book/intro-en/worksheets/Bart.png> nel computer.
- Aprire una nuova finestra di GeoGebra.
- Selezionare *Raccolta Viste* – *Algebra e grafici* e visualizzare la griglia (*barra di stile*).












- Impostare la cattura dei punti su  *Vincola alla griglia (barra di stile)*

Introduzione di nuovi strumenti

	Vettore	Nuovo!
	<u>Suggerimento:</u> Il primo clic determina il punto di applicazione, mentre il secondo imposta la punta del vettore.	
	Traslazione	Nuovo!
	<u>Suggerimento:</u> Fare clic sull'oggetto da traslare, quindi sul vettore traslazione.	
	Poligono rigido	Nuovo!
	<u>Suggerimento:</u> Selezionare tutti i vertici, quindi fare clic nuovamente sul primo. Il poligono risultante manterrà la propria forma, se spostato nella <i>Vista Grafica</i> . Inoltre può essere mosso o ruotato trascinandone due vertici.	

Suggerimenti: Fare riferimento alla guida rapida visualizzata sulla barra degli strumenti se non si conoscono le modalità di utilizzo di uno strumento. Provare tutti i nuovi strumenti prima di iniziare la costruzione.

Processo di costruzione

1		Inserire nel primo quadrante l'immagine salvata.
2		Creare i punti $A = (1, 1)$, $B = (3, 1)$ e $D = (1, 4)$.
3		Impostare il punto A come <i>primo</i> , B come <i>secondo</i> e D come <i>quarto</i> punto corner dell'immagine. (finestra di dialogo <i>Proprietà – Posizione</i>)
4		Creare il triangolo ABD .
5		Creare i punti $O = (0, 0)$ e $P = (3, -2)$.
6		Creare il vettore $u = \text{Vettore}[O, P]$. <u>Suggerimento:</u> È inoltre possibile utilizzare lo strumento <i>Vettore - tra due punti</i> .
7		Traslare la figura del vettore u . <u>Suggerimento:</u> Si consiglia di modificare l'opacità dell'immagine.
8		Traslare i tre punti corner A , B e D del vettore u .
9		Creare il triangolo $A'B'D'$.
10		Nascondere il punto O , in modo che non possa essere mosso accidentalmente.
11		Perfezionare la costruzione, modificando il colore e la dimensione







degli oggetti.

7. Ruotare poligoni


In questa attività verranno utilizzati i seguenti strumenti e comandi. Prima di iniziare assicurarsi di conoscere il corretto utilizzo di ogni strumento e comando.

	Poligono		Rotazione	Nuovo!
	Punto		Segmento	
	Rinomina		Angolo	
	Slider		Muovi	

Prima di tutto



- Aprire una nuova finestra di GeoGebra.
- Selezionare *Raccolta Viste* –  *Geometria* e visualizzare gli  assi cartesiani .
- Nella barra degli strumenti, fare clic su  *Preferenze*, e selezionare  *Vista Grafica* per aprire la finestra di dialogo *Proprietà* relativa.
 - Nella scheda *asseX* modificare *Distanza* in 1.
 - Nella scheda *asseY* modificare *Distanza* in 1.

Introduzione di un nuovo strumento







	Rotazione	Nuovo!
<u>Suggerimento:</u> Fare clic sull'oggetto da ruotare, quindi sul centro di rotazione, e digitare l'angolo di rotazione nella finestra di dialogo visualizzata.		

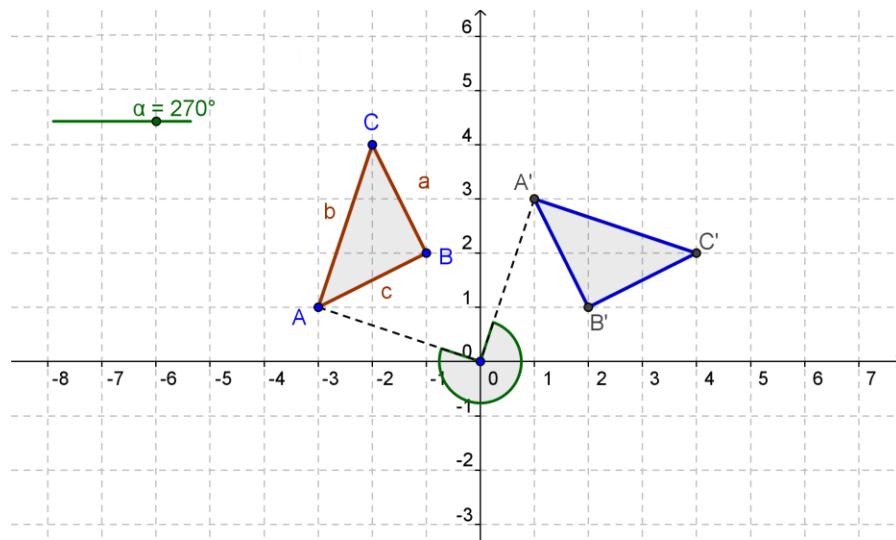
Suggerimenti: Fare riferimento alla guida rapida visualizzata sulla barra degli strumenti se non si conoscono le modalità di utilizzo di uno strumento. Provare tutti i nuovi strumenti prima di iniziare la costruzione.

Processo di costruzione

1		Creare un triangolo qualunque <i>ABC</i> nel secondo quadrante, posizionandone i vertici sugli incroci della griglia.
2		Creare un nuovo punto <i>D</i> nell'origine degli assi cartesiani.




3		Rinominare il nuovo punto in O . <u>Suggerimento:</u> Digitare O per aprire la finestra di dialogo <i>Rinomina</i> .
4		Creare uno slider per l'angolo α . <u>Suggerimento:</u> Nella finestra di dialogo <i>Slider</i> selezionare <i>Angolo</i> , quindi impostare l' <i>Incremento</i> in 90° . Assicurarsi di non eliminare accidentalmente il simbolo dei gradi $^\circ$.
5		Ruotare il triangolo ABC attorno al punto O di un angolo α . <u>Suggerimento:</u> Selezionare la rotazione in senso <i>antiorario</i> .
6		Creare i segmenti AO e $A'O$.
7		Creare l'angolo AOA' . <u>Suggerimento:</u> Selezionare i punti in senso antiorario. Nascondere l'etichetta dell'angolo.
8		Muovere lo slider e analizzare il triangolo immagine ottenuto.





Perfezionamento della costruzione

Ora verrà illustrato come 'ripulire' la *Vista Algebra*, definendo alcuni oggetti come *oggetti ausiliari* e nascondendone la rappresentazione algebrica.

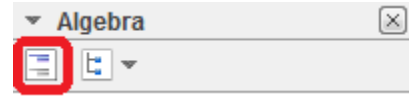
- Visualizzare la *Vista Algebra*

Suggerimento: Menu *Visualizza* –  *Vista Algebra*.

- Aprire la  finestra di dialogo *Proprietà* per gli  *Oggetti*.



- Selezionare tutti i segmenti nella finestra di dialogo *Proprietà*, quindi selezionare la casella *Oggetto ausiliario* nella scheda *Fondamentali*.
Suggerimento: Fare clic sull'intestazione *Segmento* per selezionare tutti i segmenti.
- Ripetere questa operazione per i triangoli, gli angoli e il punto *O*.
Suggerimento: La *Vista Algebra* ora conterrà esclusivamente i punti *A*, *B*, *C* e le relative immagini *A'*, *B'* e *C'*.
- Ora è possibile visualizzare o nascondere gli *Oggetti ausiliari* facendo clic sul pulsante *Oggetti ausiliari* nella *barra di stile* della *Vista Algebra*.



Nota: In questo modo gli studenti potranno esaminare le coordinate dei punti iniziali e dei relativi punti immagine nella *Vista Algebra* senza essere distratti dalla rappresentazione algebrica degli oggetti utilizzati nella costruzione.

8. Sfida del giorno: Tessellazione con poligoni regolari

Aprire la collezione “Tessellazioni” che contiene vari fogli di lavoro, <http://ggbtu.be/c6746/m60551/yryy>, quindi il primo foglio di lavoro sui triangoli. Questa serie fogli di lavoro dinamici offre una piattaforma didattica per l'esplorazione delle tessellazioni con poligoni regolari.

Suggerimento: Per navigare tra i file utilizzare i collegamenti “precedente | successivo” visualizzati sotto l'applet, oppure l'elenco presente in alto a destra.

Torniamo a scuola...

- (a) Lavorare seguendo gli obiettivi proposti nei fogli di lavoro dinamici di questa raccolta. Annotare le risposte su carta e discuterle in seguito con i colleghi.
- (b) Dopo avere affrontato le proposte di tutti i fogli di lavoro dinamici dovreste essere in grado di rispondere alle seguenti domande:
 - Quali poligoni regolari possono essere utilizzati per una tessellazione del piano?
 - Quali trasformazioni sono state utilizzate per la tessellazione?
 - Quanti poligoni hanno un lato in comune?
- (c) Completare la seguente tabella, inserendo i valori mancanti. È possibile riuscire a riconoscere dei comportamenti che si ripetono? Provare a ricavare le formule relative a un poligono di n lati.



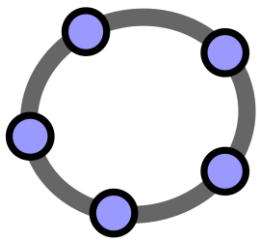
N° vertici	poligono		parti		poligono
	tessellazione possibile si / no	Poligoni per vertice	Angolo centrale	Angoli interni	Angoli interni
3			---	---	
4					
5					
6					
7					
...
n					

- (d) Formulare una congettura che possa guidare un ragionamento mirato a stabilire perché non tutti i poligoni regolari possono essere utilizzati per una tessellazione.



Tessellazione con poligoni regolari – soluzione dello schema precedente

N° di vertici	poligono		parti		poligono
	tessellazione possibile si / no	Poligoni per vertice	Angolo centrale	Angoli interni	Angoli interni
3	si	6	---	---	60°
4	si	4	$\frac{360^\circ}{4} = 90^\circ$	$\frac{180^\circ - 90^\circ}{2} = 45^\circ$	$2 \cdot 45^\circ = 90^\circ$
5	no	---	$\frac{360^\circ}{5} = 72^\circ$	$\frac{180^\circ - 72^\circ}{2} = 54^\circ$	$2 \cdot 54^\circ = 108^\circ$
6	si	3	$\frac{360^\circ}{6} = 60^\circ$	$\frac{180^\circ - 60^\circ}{2} = 60^\circ$	$2 \cdot 60^\circ = 120^\circ$
7	no	---	$\frac{360^\circ}{7} \approx 51\frac{3}{7}^\circ$	$\frac{180^\circ - 51\frac{3}{7}^\circ}{2} \approx 64\frac{2}{7}^\circ$	$2 \cdot 64\frac{2}{7}^\circ = 128\frac{4}{7}^\circ$
...
n	no per $n > 6$	---	$\frac{360^\circ}{n}$	$\frac{180^\circ - \frac{360^\circ}{n}}{2}$	$180^\circ - \frac{360^\circ}{n}$






Inserire testo statico e dinamico nella Vista Grafica di GeoGebra

Materiale 5 per seminari GeoGebra






1. Coordinate di punti simmetrici

Prima di tutto

- Aprire una nuova finestra di GeoGebra.
- Selezionare *Raccolta Viste* –  *Algebra e grafici* e visualizzare la  *griglia*.
- Impostare la *cattura punto* in  *Vincola alla griglia (barra di stile)*

Processo di costruzione

1		Creare il punto $A = (3, 1)$.
2		Creare la retta $a: y = 0$.
3		Creare il punto A' , simmetrico del punto A rispetto alla retta a . <u>Suggerimento</u> : Può essere utile attribuire alla retta a ed al punto A' uno stesso colore.
4		Creare la retta $b: x = 0$.
5		Creare il punto A_1' , simmetrico del punto A rispetto alla retta b . <u>Suggerimento</u> : Può essere utile attribuire alla retta b e al punto A_1' uno stesso colore.

2. Inserire del testo nella Vista Grafica

Introduzione di un nuovo strumento

Inserisci testo	Nuovo!
ABC	<u>Suggerimento</u> : Fare clic sulla <i>Vista Grafica</i> per specificare la posizione del testo, quindi inserire il testo desiderato nella finestra visualizzata e confermare premendo <i>OK</i> .

Suggerimenti: Fare riferimento alla guida rapida visualizzata sulla barra degli strumenti se non si conoscono le modalità di utilizzo di uno strumento. Provare tutti i nuovi strumenti prima di iniziare la costruzione.

Inserire un testo statico

Inserire un'intestazione nella *Vista Grafica* di GeoGebra in modo da chiarire agli studenti il contenuto della figura dinamica:

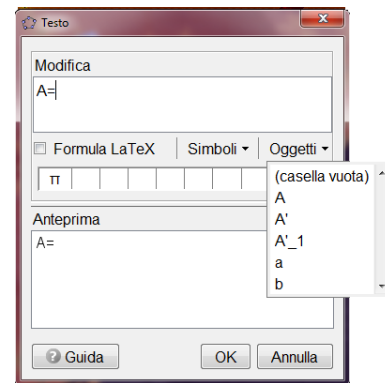


- Attivare lo strumento ^{ABC} *Inserisci testo* e fare clic nella parte superiore della *Vista Grafica*.
- Digitare il seguente testo nella finestra visualizzata:
Simmetria di un punto rispetto agli assi cartesiani
- È possibile modificare le proprietà del testo (ad es. stile, formato, dimensioni, formattazione del carattere) utilizzando la *barra di stile*
- Modificare la posizione del testo utilizzando lo strumento *Muovi*.
- Fissare la posizione del testo in modo che non possa essere spostato accidentalmente (finestra di dialogo *Proprietà* – scheda *Fondamentali* – *Fissa oggetto*).

Inserire un testo dinamico

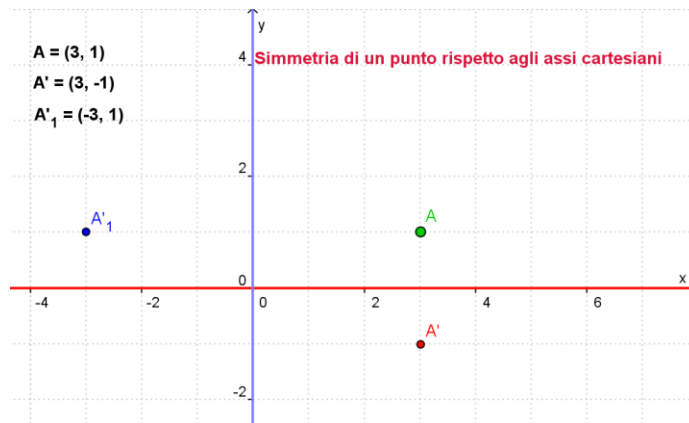
Il testo dinamico è direttamente collegato agli oggetti esistenti e si adatta automaticamente alle modifiche: ad esempio, nel testo $A = (3, 1)$ le coordinate si modificano in seguito ad un eventuale spostamento del punto A .

- Attivare lo strumento ^{ABC} *Inserisci testo*, quindi fare clic nella *Vista Grafica*.
- Digitare $A =$ nella finestra visualizzata.
Suggerimento: Questa sarà la parte statica del testo e non subirà modifiche se il punto A verrà spostato.
- Inserire la parte dinamica del testo selezionando il punto A nell'elenco a discesa *Oggetti*.
- Fare clic su *OK*.



Perfezionamento della figura dinamica

- Inserire un testo dinamico che mostri le coordinate dei punti trasformati A' e A'_1 .
- Fare uno zoom indietro, in modo da visualizzare una porzione più ampia del piano cartesiano.
Suggerimento: Modificare le distanze tra le linee della griglia.
 - Aprire la finestra di dialogo *Proprietà della* *Vista Grafica*.
 - Selezionare la scheda *Griglia*.
 - Mettere un segno di spunta alla casella *Distanza* e modificare i valori in entrambi i campi nel nuovo valore 1.
- Chiudere la *Vista Algebra* e fissare tutti i testi, in modo che non possano essere spostati accidentalmente.



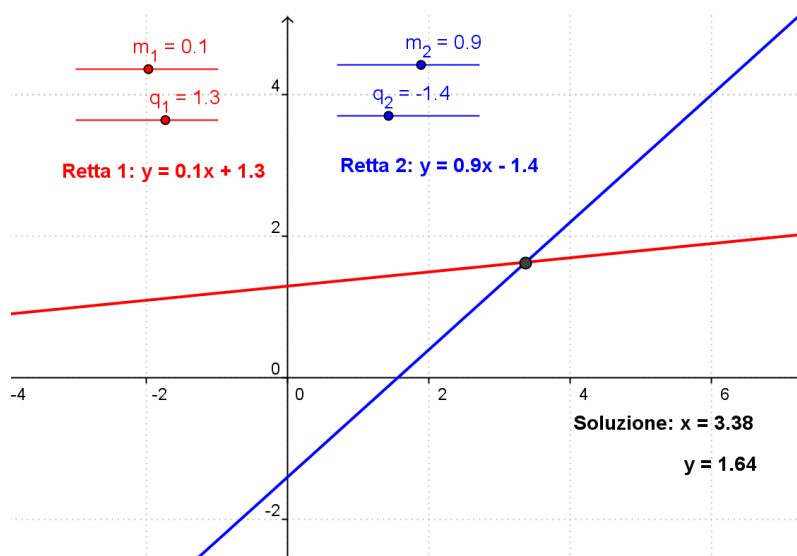
Esercizio

Fornire agli studenti, oltre al foglio di lavoro dinamico, le linee guida per scoprire la relazione esistente tra le coordinate del punto originale e quelle dei suoi simmetrici.

3. Visualizzare un sistema di equazioni lineari






Prima di tutto

- Aprire una nuova finestra di GeoGebra.
- Selezionare *Raccolta Viste* – *Algebra e grafici* e visualizzare la *Griglia*.





Processo di costruzione

1		Creare lo slider m_1 utilizzando le impostazioni predefinite. <u>Suggerimento</u> : digitare m_1 per ottenere m_1 .
2		Creare lo slider q_1 utilizzando le impostazioni predefinite.
3		Creare l'equazione lineare $retta_1: y = m_1 x + q_1$.
4		Creare lo slider m_2 utilizzando le impostazioni predefinite.
5		Creare lo slider q_2 utilizzando le impostazioni predefinite.
6		Creare l'equazione lineare $retta_2: y = m_2 x + q_2$.
7	ABC	Creare il <i>testo1</i> dinamico: Retta 1: e selezionare $retta_1$ nell'elenco <i>Oggetti</i> .
8	ABC	Creare il <i>testo2</i> dinamico: Retta 2: e selezionare $retta_2$ nell'elenco <i>Oggetti</i> .
9		Costruire il punto di intersezione A delle rette $retta_1$ e $retta_2$. <u>Suggerimento</u> : In alternativa è possibile utilizzare il comando <code>Intersezione[retta_1, retta_2]</code> .
10		Definire $ascissa = x(A)$. <u>Suggerimento</u> : $x(A)$ indica l'ascissa del punto A .
11		Definire $ordinata = y(A)$. <u>Suggerimento</u> : $y(A)$ indica l'ordinata del punto A .
12	ABC	Creare il <i>testo3</i> dinamico: Soluzione: $x =$ quindi selezionare $ascissa$ nell'elenco <i>Oggetti</i> .
13	ABC	Creare il <i>testo4</i> dinamico: $y =$ quindi selezionare $ordinata$ nell'elenco <i>Oggetti</i> .
14		Fissare i testi e gli slider in modo che non possano essere mossi accidentalmente.

Sfida

Creare una costruzione simile per visualizzare graficamente le soluzioni di un sistema di equazioni polinomiali di secondo grado.

Suggerimento: Per le funzioni è necessario utilizzare la sintassi $f(x) = \dots$



Nota: Una figura dinamica di questo tipo può essere utilizzata anche per visualizzare un'equazione in una variabile, immettendo in ogni membro dell'equazione una delle due funzioni.

4. Visualizzare la somma degli angoli interni di un triangolo

In questa attività verranno utilizzati i seguenti strumenti e comandi. Prima di iniziare assicurarsi di conoscere il corretto utilizzo di ogni strumento e comando.

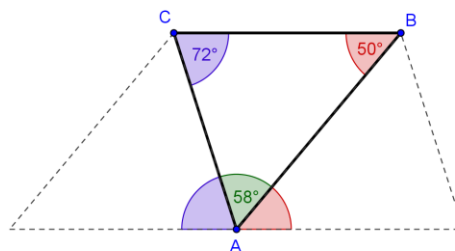
	Poligono
	Angolo
	Slider
	Punto medio

	Rotazione
	Muovi
ABC	Inserisci testo

Prima di tutto

- Aprire una nuova finestra di GeoGebra.
- Selezionare *Raccolta Viste* – *Geometria*.
- Mostrare la *barra di inserimento* (menu *Visualizza*).
- Impostare il numero di cifre decimali in 0 (menu *Opzioni* – *Arrotondamento*).

	$\delta = 180^\circ$	$\alpha = 58^\circ$	
	$\epsilon = 180^\circ$	$\beta = 50^\circ$	$\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$
		$\gamma = 72^\circ$	



Introduzione di un nuovo strumento

	Punto medio o centro	Nuovo!
<u>Suggerimento:</u> Selezionare due punti, un segmento, una circonferenza o una conica per ottenerne rispettivamente il punto medio o il centro		



Suggerimenti: Fare riferimento alla guida rapida visualizzata sulla barra degli strumenti se non si conoscono le modalità di utilizzo di uno strumento. Provare tutti i nuovi strumenti prima di iniziare la costruzione.

Processo di costruzione

1		Creare un triangolo ABC con orientazione in verso antiorario.
2		Creare gli angoli α , β e γ del triangolo ABC .
3		Creare uno slider per l'angolo δ con <i>Intervallo</i> da 0° a 180° e <i>Incremento</i> 10° .
4		Creare uno slider per l'angolo ε con <i>Intervallo</i> da 0° a 180° e <i>Incremento</i> 10° .
5		Creare il punto medio D del segmento AC e il punto medio E del segmento AB .
6		Ruotare il triangolo di un angolo δ attorno al punto D (in <i>senso orario</i>).
7		Ruotare il triangolo di un angolo ε attorno al punto E (in <i>senso antiorario</i>).
8		Muovere gli slider δ ed ε fino a 180° .
9		Creare l'angolo ζ utilizzando i punti $A'C'B'$.
10		Creare l'angolo η utilizzando i punti $C_1B_1A_1$.
11		Perfezionare la costruzione utilizzando la <i>barra di stile</i> . <u>Suggerimento</u> : Gli angoli congruenti dovrebbero avere lo stesso colore.
12		Creare un testo dinamico che visualizza gli angoli interni e i relativi valori (ad es. $\alpha =$ quindi selezionare α nell'elenco <i>Oggetti</i>).
13		Calcolare la somma degli angoli digitando $somma = \alpha + \beta + \gamma$
14		Inserire la somma come testo dinamico: digitare $\alpha + \beta + \gamma =$ e selezionare <i>somma</i> nell'elenco <i>Oggetti</i> .
15		Utilizzare gli stessi colori per angoli e testi corrispondenti. Fissare il testo che non deve essere spostato.

5. Costruire un triangolo della pendenza

In questa attività verranno utilizzati i seguenti strumenti e l'input algebrico. Prima di iniziare assicurarsi di conoscere il corretto utilizzo di ogni strumento e la sintassi relativa all'input algebrico.

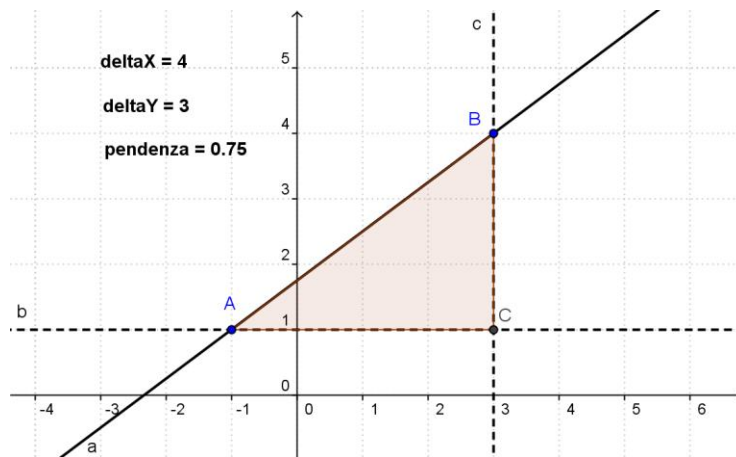


	Retta
	Retta perpendicolare
	Intersezione di due oggetti
	Poligono
$\text{deltaY} = y(B) - y(A)$	

$\text{deltaX} = x(B) - x(A)$	
$\text{pendenza} = \text{deltaY} / \text{deltaX}$	
ABC	Inserisci testo
	Punto medio o centro
	Muovi

Prima di tutto

- Aprire una nuova finestra di GeoGebra.
- Selezionare *Raccolta Viste* – *Algebra e grafici* e visualizzare la *griglia*.
- Impostare la *cattura punto in Vincola alla griglia*.
- Impostare l'etichettatura in *Tutti i nuovi oggetti* (menu *Opzioni* – *Etichettatura*).



Processo di costruzione

1		Creare una retta <i>a</i> passante per i punti <i>A</i> e <i>B</i> .
2		Costruire la retta perpendicolare <i>b</i> all'asse <i>y</i> , passante per il punto <i>A</i> .
3		Costruire la retta perpendicolare <i>c</i> all'asse <i>x</i> , passante per il punto <i>B</i> .



4		Intersecare le perpendicolari b e c per ottenere il punto di intersezione C . <u>Suggerimento</u> : Può essere utile nascondere le rette perpendicolari.
5		Creare un triangolo ACB .
6	AA	Nascondere le etichette relative ai lati del triangolo.
7		Calcolare la variazione delle ordinate: $\text{delta}Y = y(B) - y(A)$. <u>Suggerimento</u> : $y(A)$ indica l'ordinata del punto A .
8		Calcolare la variazione delle ascisse: $\text{delta}X = x(B) - x(A)$. <u>Suggerimento</u> : $x(B)$ indica l'ascissa del punto B .
9	ABC	Inserire il <i>testo1</i> dinamico: $\text{delta}Y =$ quindi selezionare <i>deltaY</i> nell'elenco <i>Oggetti</i> .
10	ABC	Inserire il <i>testo2</i> dinamico: $\text{delta}X =$ quindi selezionare <i>deltaX</i> nell'elenco <i>Oggetti</i> .
11		Calcolare la pendenza della retta a : $\text{pendenza} = \text{delta}Y / \text{delta}X$.
12	ABC	Inserire il <i>testo3</i> dinamico: $\text{pendenza} =$ quindi selezionare <i>pendenza</i> nell'elenco <i>Oggetti</i> .
13		Modificare le proprietà degli oggetti in modo da perfezionare la costruzione, e fissare il testo che non deve essere spostato.

6. Frazioni dinamiche e testo collegato agli oggetti

Inserire delle frazioni dinamiche

Utilizzando le formule in formato *LaTeX* il testo può contenere frazioni, radici quadrate e molti altri simboli matematici. Perfezioneremo ora la costruzione del triangolo della pendenza inserendo una frazione che visualizza il calcolo della pendenza.

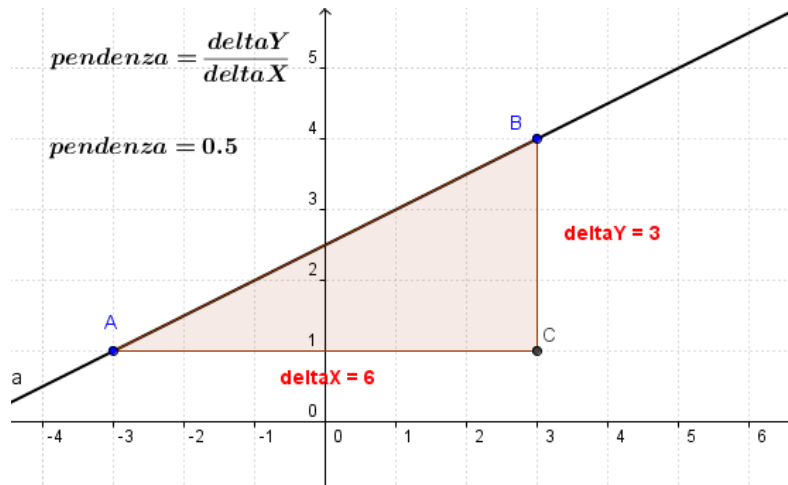
1. Attivare lo strumento ABC *Inserisci testo*, quindi fare clic nella *Vista Grafica*.
2. Digitare $\text{pendenza} =$ nel campo di inserimento della finestra *Testo*.
3. Spuntare la casella *Formula LaTeX*, quindi selezionare *Radici e frazioni a/b* nell'elenco a discesa.
4. Posizionare il cursore all'interno della prima coppia di parentesi graffe e sostituire a con $\text{delta}Y$, selezionandolo dall'elenco a discesa *Oggetti*.
5. Posizionare il cursore all'interno della seconda coppia di parentesi graffe e sostituire b con $\text{delta}X$, selezionandolo dall'elenco a discesa *Oggetti*.
6. Fare clic su *OK*.



Collegare testi agli oggetti

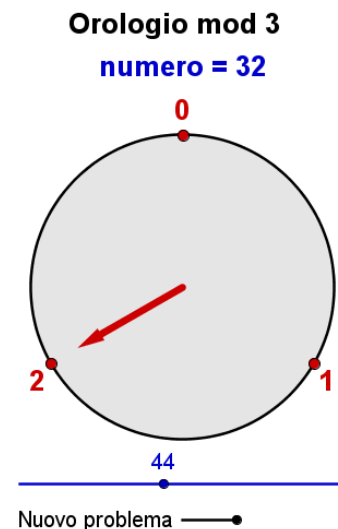
Quando un oggetto cambia posizione, un testo collegato si adatta al movimento, e dunque segue l'oggetto. Perfezioneremo ora la costruzione del triangolo della pendenza inserendo un testo collegato ai lati del triangolo della pendenza.

1. Creare il punto medio D del segmento verticale utilizzando lo strumento \cdot *Punto medio o centro*.
2. Creare il punto medio E del segmento orizzontale.
3. Aprire la finestra di dialogo *Proprietà* e selezionare il *testo1* ($\text{deltaY} = \dots$). Fare clic sulla scheda *Posizione*, quindi selezionare il punto D nell'elenco accanto a *Punto iniziale*.
4. Selezionare il *testo2* ($\text{deltaX} = \dots$) nella finestra di dialogo *Proprietà*, quindi impostare il punto E come *Punto iniziale*.
5. Nascondere i punti medi D ed E .



7. L'orologio mod 3


L'orologio mod 3 consente di determinare il resto della divisione di un determinato numero per 3. In questa figura dinamica è possibile creare un numero casuale compreso tra 0 e 100. Muovendo lo slider si muove la lancetta dell'orologio: quando il valore dello slider è uguale al numero indicato, la lancetta dell'orologio punta al resto della divisione di tale numero per 3.







Aprire il file “Orologio_Mod3” <http://www.geogebra.org/student/m60671> per utilizzare questo insolito orologio.

Prima di tutto





- Aprire una nuova finestra di GeoGebra.
- Selezionare *Raccolta Viste* –  *Algebra e grafici*.

Introduzione di nuovi strumenti









	Semiretta <u>Suggerimento:</u> Il primo clic definisce l'origine della semiretta, il secondo clic un punto sulla semiretta.	Nuovo!
	Inserisci Pulsante <u>Suggerimento:</u> Fare clic nella <i>Vista Grafica</i> per inserire un pulsante, quindi impostarne la legenda e definire lo script per <i>Al Clic</i> nella finestra di dialogo visualizzata.	Nuovo!

Suggerimenti: Fare riferimento alla guida rapida visualizzata sulla barra degli strumenti se non si conoscono le modalità di utilizzo di uno strumento. Provare tutti i nuovi strumenti prima di iniziare la costruzione.

Processo di costruzione

1		Creare i punti $A = (0, 0)$ e $B = (0, 1)$.
2		Creare la circonferenza c di centro A e passante per il punto B .
3		Fare uno zoom avanti nella <i>Vista Grafica</i> .
4		Ruotare il punto B in senso orario attorno al punto A di 120° per ottenere il punto B' .
5		Ruotare il punto B in senso orario attorno al punto A di 240° per ottenere il punto B'_1 .
6	ABC	Creare i testi: <i>testo1</i> 0, <i>testo2</i> 1 e <i>testo3</i> 2. <u>Suggerimento:</u> È possibile modificare l'aspetto del testo (grassetto, dimensioni).
7		Collegare il <i>testo1</i> al punto B , il <i>testo2</i> al punto B' e il <i>testo3</i> al punto B'_1 (finestra di dialogo <i>Proprietà</i>).
8		Creare un numero casuale compreso tra 0 e 100: <code>numero = CasualeTra[0,100]</code>
9	ABC	Creare il <i>testo5</i> : <code>numero =</code> quindi selezionare <i>numero</i> nell'elenco <i>Oggetti</i> .
10	ABC	Creare il <i>testo6</i> : <code>Orologio mod 3</code>



11		Inserire un pulsante con legenda <i>Nuovo problema</i> . Nel campo GeoGebraScript inserire il comando <code>AggiornaCostruzione[]</code> . <u>Suggerimento</u> : GeoGebra aggiornerà la costruzione e quindi ricalcolerà un nuovo numero casuale ogni volta che verrà premuto il pulsante.
12		Creare uno slider n con <i>Intervallo</i> da 0 a 100, <i>Incremento</i> 1 e <i>Larghezza</i> 300 (scheda <i>Slider</i>).
13		Creare l'angolo BAB'_1 in senso orario, di ampiezza $n \cdot 120^\circ$.
14		Creare la semiretta con origine in A e passante per il punto B'_1 .
15		Creare il punto $D = (0, 0.8)$.
16		Creare la circonferenza d di centro A e passante per il punto D .
17		Intersecare la semiretta con la circonferenza d per ottenere il punto di intersezione C .
18		Nascondere la semiretta e la circonferenza d .
19		Creare un vettore da A a C .
20		Modificare le dimensioni dei caratteri della finestra di GeoGebra in 20 pt. <u>Suggerimento</u> : Menu <i>Opzioni</i> – <i>Dimensione del carattere</i>
21		Utilizzare la finestra di dialogo <i>Proprietà</i> per perfezionare la costruzione e fissare il testo e gli slider in modo che non possano essere spostati accidentalmente.

8. Sfida del giorno: Visualizzare il quadrato di un binomio

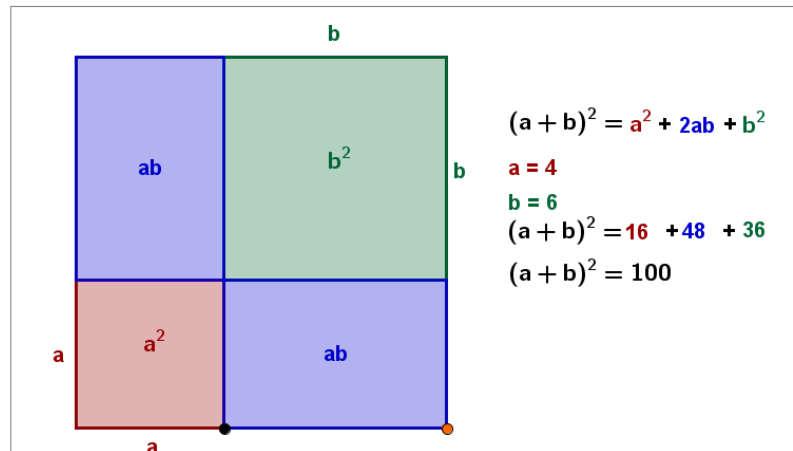
Aprire il foglio di lavoro dinamico “Quadrato_Binomio” <http://www.geogebraTube.org/student/m60730>, che visualizza la formula $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ e contiene un testo dinamico che si adatta automaticamente ai valori di a e b . Ricreare la costruzione visualizzata nel foglio di lavoro dinamico.



La formula per il quadrato di un binomio

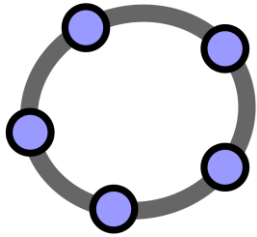
Trascinare il **punto nero** per modificare i valori di **a** e **b**.

Trascinare il **punto arancione** per modificare le dimensioni del quadrato.



Suggerimenti:

- Nella *barra di stile* impostare *Cattura punto* in *Vincola alla griglia*.
- Utilizzare un testo statico per etichettare i lati congruenti della costruzione e collegarlo ai punti medi dei lati corrispondenti.
- Utilizzare un testo statico per etichettare le aree delle varie sezioni del quadrato e collegarlo al centro di ciascuna di tali sezioni. Mettere un segno di spunta alla casella *formula LaTeX* per creare il testo 2 .
- Aggiungere un testo dinamico che si adatti alle modifiche delle lunghezze dei lati a e b . Se si vuole assegnare un colore diverso alle varie parti del testo, sarà necessario creare un testo per ciascun termine dello sviluppo del binomio.
- Fissare il testo che non dovrà essere spostato dagli studenti (finestra di dialogo *Proprietà*).



Creare e perfezionare i fogli di lavoro dinamici con GeoGebra

Materiale 6 per seminari GeoGebra



1. Introduzione: GeoGebraTube e il Forum degli utenti

Fogli di lavoro dinamici

GeoGebra consente la creazione di materiali didattici interattivi, detti *fogli di lavoro dinamici*, semplicemente esportando le proprie costruzioni dinamiche in una pagina Web. In genere, un foglio di lavoro dinamico consiste in un'intestazione, una breve spiegazione, un'applet interattiva ed eventuali esercizi e spiegazioni indirizzati agli studenti.

Per operare con i fogli di lavoro dinamici gli studenti non necessitano di GeoGebra. Le pagine Web interattive sono indipendenti dal software e possono essere distribuite online oppure su un qualsiasi supporto di memorizzazione.

GeoGebraTube

GeoGebraTube (<http://www.geogebra.org/>) è una raccolta di materiale didattico (ad es. fogli di lavoro dinamici) creato da insegnanti di tutto il mondo. Il materiale è raggruppato e contrassegnato da tag, in modo da rendere l'accesso agevole e ben organizzato nei contenuti.

The screenshot shows the GeoGebraTube website interface. At the top, there is a navigation bar with links for 'Informazioni', 'Download', 'Guida', 'Materiali', and 'Comunità'. A search bar is prominently displayed with a 'Cerca' button. Below the search bar, a 'Benvenuto in GeoGebraTube!' message is followed by three numbered tips: 1. 'Dai un'occhiata in giro' (Use the search field and tags), 2. 'Accedi' (Use an existing account or create a new one), and 3. 'Condividi il materiale' (Share your constructions). The 'Materiali in evidenza' section shows a carousel of featured materials, including 'A Piece of Pastry! Circle', 'Binomial Distribution with...', 'Pythagoras', 'Spirale', and 'Steiner's Porism'.

Tutto il materiale presente in GeoGebraTube è sottoposto a licenza Creative Commons Attribution-Share Alike (<http://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>). Ciò significa che chiunque può utilizzare tale materiale gratuitamente, per uso non commerciale, e che è possibile modificare il materiale per adattarlo alle proprie necessità, attribuendone il credito all'autore originale.



Il Forum degli utenti di GeoGebra

Il forum degli utenti di GeoGebra (www.geogebra.org/forum) è stato realizzato per offrire un ulteriore supporto alla comunità degli utenti. Creato per gli insegnanti, e gestito da insegnanti, è una piattaforma in cui è possibile porre domande e rispondere a qualsiasi questione correlata a GeoGebra.

GeoGebra User Forum

Last visit was: [View unanswered posts](#) | [View active topics](#) It is currently Wed Jun 06, 2012 6:05 pm [All times are UTC + 1 hour]

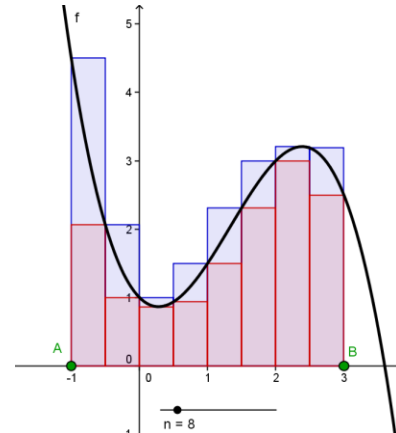
Forum	Topics	Posts	Last post
English speaking users			
Using GeoGebra (beginners) A friendly place to ask if you are new to GeoGebra!	136	718	Tue Jun 05, 2012 5:16 pm mirir →
Using GeoGebra Questions concerning the use of GeoGebra as a stand-alone application	2474	13043	Wed Jun 06, 2012 3:51 pm itico →
Technological Questions Installation, dynamic worksheets, JavaScript, Input Boxes, LaTeX etc.	1238	6000	Wed Jun 06, 2012 9:41 am dessi →
German speaking users			
French speaking users/Utilisateurs francophones			
Soutien scolaire Ce forum est destiné à traiter toutes les demandes émanant d'élèves. Merci à eux de faire un effort d'écriture de leur			Sun Jun 03, 2012 2:31 pm

Il forum degli utenti di GeoGebra consiste in varie liste di discussione suddivise per lingua, in modo tale che gli utenti possano partecipare alle discussioni nella propria lingua naturale.



2. Somme inferiori e superiori

Lo scopo di questa attività è imparare a creare un foglio di lavoro dinamico per illustrare come le somme inferiori e superiori siano un valido strumento di approssimazione dell'area compresa tra una curva e l'asse delle ascisse, e quindi introdurre agli studenti il concetto di integrale.



Prima di tutto

- Aprire una nuova finestra di GeoGebra.
- Selezionare *Raccolta Viste* – *Algebra e grafici*.

Processo di costruzione

1		Digitare la funzione cubica $f(x) = -0.5x^3 + 2x^2 - x + 1$.
2		Creare due punti <i>A</i> e <i>B</i> sull'asse delle ascisse. <u>Suggerimento:</u> Questi punti identificano l'intervallo in cui verrà calcolata l'area compresa tra il grafico della funzione e l'asse delle ascisse.
3		Creare lo slider <i>n</i> avente <i>Intervallo</i> da 1 a 50 e <i>Incremento</i> 1.
4		Digitare <code>sommastup = SommaSuperiore [f, x(A), x(B), n]</code> . <u>Suggerimento:</u> $x(A)$ indica l'ascissa del punto <i>A</i> . Il numero <i>n</i> indica il numero dei rettangoli utilizzati per calcolare la somma superiore e inferiore.
5		Digitare <code>sommastinf = SommaInferiore[f, x(A), x(B), n]</code> .
6	ABC	Inserire il testo dinamico <code>Somma superiore =</code> quindi selezionare <code>sommastup</code> nell'elenco <i>Oggetti</i> .
7	ABC	Inserire il testo dinamico <code>Somma inferiore =</code> quindi selezionare <code>sommastinf</code> nell'elenco <i>Oggetti</i> .
8		Calcolare la differenza <code>diff = sommastup - sommastinf</code> .
9	ABC	Inserire il testo dinamico <code>Differenza =</code> quindi selezionare <code>diff</code> nell'elenco <i>Oggetti</i> .
10		Digitare <code>F = Integrale[f, x(A), x(B)]</code> .



11	ABC	Inserire il testo dinamico $\text{Integrale} =$ quindi selezionare F nell'elenco <i>Oggetti</i> .
12		Fissare slider e testi utilizzando la finestra di dialogo <i>Proprietà</i> .

Esercizio




Utilizzare lo slider n in modo da modificare il numero di rettangoli usati per calcolare la somma inferiore e superiore.

1. Confrontare i valori ottenuti per la somma superiore e inferiore con il valore ottenuto per l'integrale, al variare di n . Cosa si osserva?
2. Cosa succede alla differenza tra somma superiore e inferiore quando (a) n assume un valore piccolo (b) n assume un valore grande?

3. Creare fogli di lavoro dinamici

Ridurre le dimensioni della finestra di GeoGebra

GeoGebra esporta le viste visibili (ad es. la *Vista Algebra*, la *Vista Grafica*, etc...) nella versione dinamica del foglio di lavoro. Per potere disporre, nel foglio di lavoro dinamico, di spazio sufficiente per eventuali spiegazioni ed esercizi, è necessario ridimensionare la finestra di GeoGebra prima dell'esportazione.

- Nascondere la *Vista Algebra* prima dell'esportazione, se non la si vuole includere nel foglio di lavoro.
- Muovere la figura (o la sua parte significativa) nell'angolo in alto a sinistra della Vista Grafica utilizzando lo strumento  *Muovi la Vista Grafica*.
Suggerimento: È possibile utilizzare gli strumenti  *Zoom avanti* e  *Zoom indietro* in modo da ottimizzare la figura per il processo di esportazione.
- Ridimensionare la finestra di GeoGebra trascinandone l'angolo in basso a destra con il mouse.
Suggerimento: Il puntatore cambia forma quando passa sopra un lato o un angolo della finestra di GeoGebra.

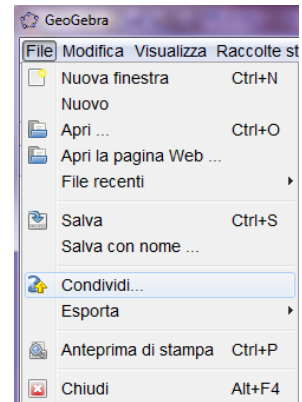
Nota: Un'applet interattiva, in generale, dovrebbe occupare le dimensioni di una schermata, ed è consigliabile lasciare dello spazio libero per l'eventuale inserimento di testo all'interno del foglio di lavoro. Verificare che le dimensioni siano sufficienti per consentire l'interazione da parte degli studenti.

Caricare su GeoGebraTube

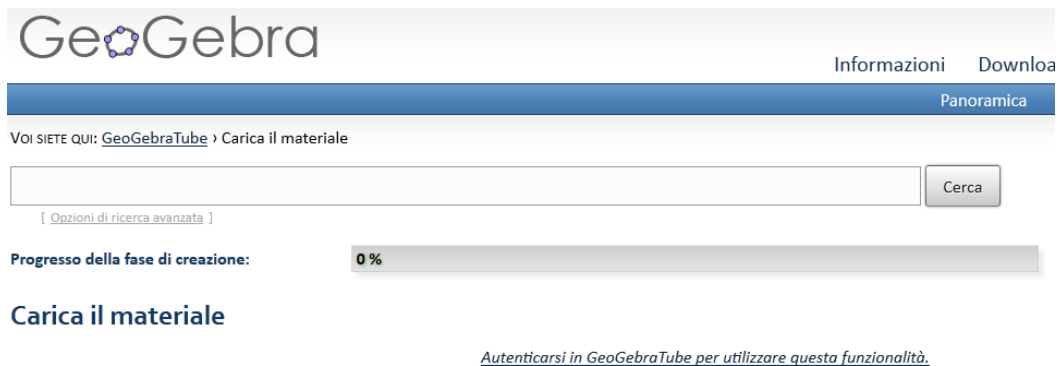
Dopo avere adattato le dimensioni della finestra di GeoGebra, è possibile esportare la figura come foglio di lavoro dinamico, utilizzando il menu *File*.



- **File** –  **Condividi...**



- Si apre automaticamente il sito di GeoGebraTube, dove è necessario autenticarsi (o registrarsi se non si dispone di un account) prima di continuare il caricamento.



- Inserire le informazioni per gli studenti e le eventuali assegnazioni. È inoltre possibile decidere se si vuole mostrare la *barra degli strumenti*, la *barra di inserimento* o la *barra dei menu*. Fare clic su *Continua*.
- Inserire una breve spiegazione per gli altri insegnanti, in modo tale che possano utilizzare il vostro materiale. Tali informazioni non vengono visualizzate nel foglio di lavoro degli studenti. Selezionare la fascia di età a cui è dedicato il foglio di lavoro e selezionare i tag che descrivono il materiale, in modo da semplificare la ricerca da parte degli altri utenti.
- Terminare il caricamento facendo clic sul pulsante *Salva*.

Il vostro foglio di lavoro dinamico è ora presente su GeoGebraTube, e sarà disponibile per tutta la comunità.



Suggerimenti e consigli per la creazione dei fogli di lavoro dinamici


- Dopo il salvataggio, il foglio di lavoro dinamico viene immediatamente aperto nel browser. Verificare la correttezza del testo inserito e la funzionalità dell'applet interattiva. Per modificare il foglio di lavoro dinamico, modificare il file di GeoGebra che li ha generati. Esportare nuovamente il file modificato (è possibile utilizzare lo stesso nome e sovrascrivere il vecchio foglio di lavoro) per applicare le modifiche.
Suggerimento: È possibile modificare nello stesso modo anche il testo del foglio di lavoro dinamico.
- GeoGebra salva automaticamente le modifiche nella finestra di dialogo *Esporta* dei fogli di lavoro dinamici. Per apportare modifiche alla parte grafica mentre si sta compilando la finestra di dialogo *Esporta*, basta chiuderla e ritornare all'interfaccia grafica.
- Assicurarsi che l'applet non abbia dimensioni di visualizzazione troppo grandi. Gli studenti non dovrebbero muoversi attraverso più schermate, per non rendere più difficoltoso il processo di apprendimento.
- Il foglio di lavoro dinamico ideale dovrebbe riempire una singola schermata. Se si desiderano includere più attività, vale la pena di considerare la creazione di altri fogli di lavoro, contenenti la stessa figura dinamica e una diversa richiesta applicativa.

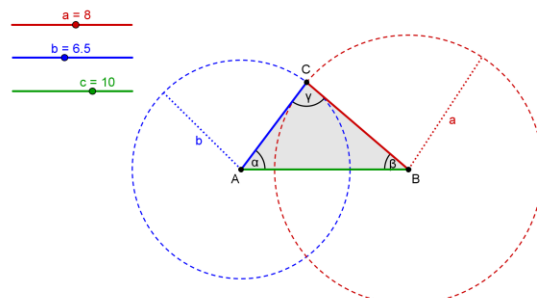
4. Visualizzare le disuguaglianze triangolari

Questo foglio di lavoro dinamico illustra le fasi della costruzione di un triangolo avente i lati di lunghezze a , b e c assegnate, e consente agli studenti di esplorare le disuguaglianze triangolari.

Nota: Le disuguaglianze triangolari $a+b > c$, $b+c > a$, e $a+c > b$ stabiliscono che in ogni triangolo la somma delle lunghezze di due lati è maggiore della lunghezza del terzo lato. Se tali disuguaglianze non sono soddisfatte per una determinata terna a , b , c significa che non è possibile costruire un triangolo avente i lati di tali lunghezze.

Prima di tutto

- Aprire una nuova finestra di GeoGebra.
- Selezionare *Raccolta Viste* –  *Geometria*.





Introduzione di nuovi strumenti

	Segmento – lunghezza fissa Nuovo! <u>Suggerimento:</u> Il primo clic definisce il vertice iniziale del segmento. Digitare la lunghezza del segmento nel campo testo visualizzato.
	Circonferenza - dati centro e raggio Nuovo! <u>Suggerimento:</u> Il primo clic definisce il centro della circonferenza. Digitare la lunghezza del raggio nel campo testo visualizzato.

Suggerimenti: Fare riferimento alla guida rapida visualizzata sulla barra degli strumenti se non si conoscono le modalità di utilizzo di uno strumento. Provare tutti i nuovi strumenti prima di iniziare la costruzione.

Processo di costruzione







1		Creare gli slider a , b c che definiscono le lunghezze dei lati del triangolo, con <i>Intervallo</i> da 0 a 10 e <i>Incremento</i> 0.5.
2		Impostare gli slider in $a = 8$, $b = 6.5$ e $c = 10$.
3		Creare il segmento d avente lunghezza c . <u>Suggerimento:</u> I punti A e B sono i vertici del segmento.
4		Creare la circonferenza e di centro A e raggio b .
5		Creare la circonferenza f di centro B e raggio a .
6		Costruire il punto di intersezione C delle circonferenze e , f .
7		Creare il triangolo ABC .
8		Creare gli angoli interni α , β , γ del triangolo ABC .

Perfezionamento della costruzione

Prepariamo la costruzione per l'esportazione come foglio di lavoro dinamico.

9		Creare un punto D sulla circonferenza e .
10		Creare il segmento g avente per vertici i punti A e D .
11		Costruire il punto medio E del segmento g .

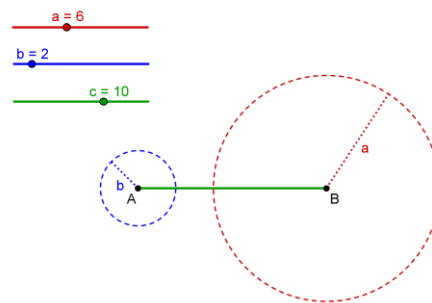


12	ABC	Digitare il <i>testo1</i> : b e collegarlo al punto E .
13		Creare un punto F sulla circonferenza f .
14		Creare il segmento h avente per vertici i punti B e F .
15		Costruire il punto medio G del segmento h .
16	ABC	Digitare il <i>testo2</i> : a e collegarlo al punto G .
17		Colorare gli oggetti corrispondenti con lo stesso colore.
18		Mostrare la <i>Barra di navigazione per i passi della costruzione</i> (clic con il tasto destro del mouse nella <i>Vista Grafica</i>).
19		Aprire il <i>Protocollo di costruzione</i> (menu <i>Visualizza</i>)
20		Mostrare la colonna <i>Punto di interruzione</i> .
21		Modificare l'ordine dei passi della costruzione in modo tale che il raggio delle circonferenze e il testo collegato vengano visualizzati contemporaneamente. <u>Suggerimento</u> : È possibile utilizzare più punti di interruzione (ad es. per mostrare tutti gli slider contemporaneamente).
22		Selezionare <i>Mostra solo i punti di interruzione</i> .

Esercizi

(a) Esportare la costruzione del triangolo in un foglio di lavoro dinamico.

(b) Preparare degli appunti con spiegazioni ed esercizi che possano guidare gli studenti attraverso le fasi della costruzione del triangolo e dell'esplorazione delle disuguaglianze triangolari tramite la modifica dei valori degli slider che rappresentano le lunghezze dei lati del triangolo.





5. Linee guida per la progettazione dei fogli di lavoro dinamici

Le seguenti linee guida per la progettazione dei fogli di lavoro dinamici sono il risultato di una valutazione formativa di fogli di lavoro dinamici creati dagli insegnanti che hanno frequentato le nostre classi NSF MSP nell'inverno 2006 e nella primavera del 2007. Le linee guida sono basate sui principi di progettazione di materiale multimediale enunciati da Clark e Mayer¹.

Queste linee guida sono state riassunte, in modo da aiutare gli insegnanti ad evitare gli errori più comuni durante il processo di creazione dei fogli di lavoro dinamici e a migliorarne la qualità, nella speranza che ciò possa rinforzare il processo di apprendimento degli studenti. Sebbene alcune di queste linee guida possano sembrare ovvie, abbiamo ritenuto comunque opportuno discuterle e spiegarle in dettaglio agli insegnanti.

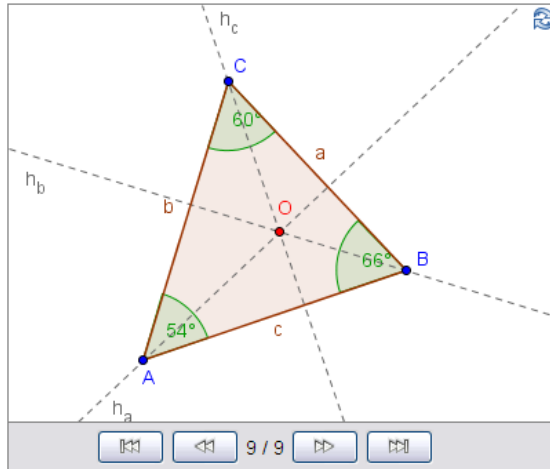
L'immagine seguente mostra un intero foglio di lavoro dinamico creato con GeoGebra, che consente agli studenti di esplorare le proprietà dell'ortocentro di un triangolo. Modificando la costruzione dinamica gli studenti possono esaminare la posizione dell'ortocentro di vari tipi di triangoli, invece di limitarsi ad un singolo caso. Molte parole chiave ed attività proposte vengono visualizzate utilizzando gli stessi colori degli oggetti corrispondenti, in modo da semplificarne la localizzazione durante il processo di costruzione. Inoltre le attività sono state posizionate accanto alla costruzione dinamica, in modo che tutte le informazioni siano visibili all'interno della stessa schermata, evitando distrazioni a livello cognitivo causate dalla necessità di muovere il foglio di lavoro per poterlo visualizzare interamente.

¹ Clark, R. and Mayer, R.E. (2002): e-Learning and the Science of Instruction. San Francisco: Pfeiffer, 2002



Ortocentro di un triangolo

Nell'immagine è visualizzato un triangolo ABC con le relative altezze. Il punto di intersezione delle altezze si dice **ortocentro** del triangolo



1. Come si costruisce l'**ortocentro** di un triangolo? Spiega dettagliatamente il processo di costruzione sul quaderno.
Suggerimento: Puoi utilizzare i tasti freccia per rivedere i passi della costruzione.
2. Puoi modificare la forma del triangolo trascinando i **vertici** con il mouse. Anche l'**ortocentro** e gli **angoli** del triangolo si modificheranno di conseguenza. Prova a determinare la posizione dell'ortocentro se:
 - a) tutti gli angoli del triangolo sono acuti
 - b) un angolo del triangolo è ottuso
 - c) un angolo del triangolo è retto

Created with [GeoGebra](https://www.geogebra.org/)

Linee guida per la progettazione 1: Aspetto dei fogli di lavoro dinamici

Evitare gli scorrimenti

L'intero foglio di lavoro deve essere contenuto in una schermata. Gli studenti non devono scorrere tra le attività e la figura dinamica. Riteniamo che dimensioni di 1024x768 o 1280x1024 pixel possano rappresentare la maggioranza delle dimensioni dei monitor attuali, e quindi le dimensioni attese di un foglio di lavoro dinamico. Utilizzando un editor HTML come ad esempio NVU è possibile organizzare il testo in tabelle, e fare in modo che testo, immagini e figure interattive stiano tutte all'interno di una singola schermata. Se ciò non fosse possibile, considerare l'eventualità di suddividere il foglio di lavoro dinamico in più pagine.

Spiegazioni brevi

Nella parte iniziale di un foglio di lavoro dinamico bisognerebbe fornire una spiegazione riguardante i contenuti. Mantenere il testo breve (non più di una o due frasi) e utilizzare uno stile personale.

Poche attività

In genere si tende ad aggiungere domande o a proporre attività volte ad assicurare l'utilizzo attivo del foglio di lavoro da parte degli studenti. Posizionare tali attività vicino all'applet interattiva (ad es. direttamente al di sotto di essa).



Non inserire più di tre/quattro domande o attività. Se si desiderano inserire più domande o attività, vale la pena di considerare una suddivisione del foglio di lavoro in più pagine.

Evitare distrazioni

Assicurarsi che il foglio di lavoro dinamico contenga solo gli oggetti necessari allo svolgimento dell'attività proposta. Non utilizzare sfondi inutili, immagini decorative o musica di sfondo nella pagina Web, per non distrarre gli studenti dal raggiungimento degli obiettivi.

Linee guida per la progettazione 2: Figure dinamiche

Interattività

Fornire la massima interattività possibile alla figura dinamica. In teoria, tutti gli oggetti visibili dovrebbero potere essere mossi o modificati in qualche modo. La figura dinamica deve offrire piena libertà di esplorazione delle relazioni tra gli oggetti matematici contenuti, in modo da aiutare la scoperta dei concetti matematici correlati.

Semplicità

Rendere la figura dinamica più semplice possibile da utilizzare. Se un oggetto può essere mosso o modificato, rendere ovvia tale operazione, ad es. colorando in rosso o aumentando le dimensioni di tutti i punti che possono essere mossi. Fissare gli oggetti che non devono essere spostati o modificati (ad es. testo, funzioni o posizioni degli slider), in modo tale che non possano essere mossi accidentalmente.

Le dimensioni contano

La figura dinamica deve essere larga abbastanza per consentire tutte le manipolazioni previste, ma piccola abbastanza per stare in una schermata e lasciare spazio sufficiente ad eventuali spiegazioni o domande nello spazio rimanente.

Utilizzare testo dinamico

Il testo dinamico, come quello che mostra la lunghezza di un segmento variabile, dovrebbe sempre essere posizionato vicino all'oggetto corrispondente.

Evitare il testo statico

Troppo testo può limitare la fruibilità dell'applet interattiva. Inserire preferibilmente il testo statico relativo alle spiegazioni e alle attività proposte direttamente nella pagina Web che include la costruzione dinamica.



Il primo impatto

All'apertura, un foglio di lavoro dinamico dovrebbe visualizzare chiaramente tutte le etichette e le informazioni importanti: ad esempio l'etichetta di un punto non deve essere attraversata da una retta.

Linee guida per la progettazione 3: Spiegazioni e attività

Breve, chiaro e in stile personale

Cercate di scrivere le spiegazioni e le domande utilizzando uno stile conciso, chiaro e personale. Utilizzare il 'tu' nel testo e rivolgersi direttamente agli studenti.

Poche domande

Limitare il numero di domande o attività proposte ad un massimo di tre o quattro. Se si desiderano inserire più domande o attività, creare un nuovo foglio di lavoro.

Utilizzare domande specifiche

Evitare domande generali del tipo 'Quale di queste è sempre vera per X?' e spiegare chiaramente cosa devono fare gli studenti, ad es. 'Cosa succede a X quando muoviamo Y?'. Vi consigliamo di far prendere appunti agli studenti durante le loro attività con il foglio di lavoro dinamico. Indicate chiaramente nel foglio di lavoro se desiderate che le risposte degli studenti siano scritte sul quaderno.

Fare riferimento all'applet

Il testo deve supportare l'utilizzo dell'applet interattiva. Ad esempio, provare a spiegare un nuovo termine facendo riferimento all'applet invece di utilizzare una definizione testuale isolata. Si consiglia inoltre di utilizzare gli stessi colori per formattare oggetti e parole chiave corrispondenti: in questo modo il testo diventa più leggibile e semplifica il processo di apprendimento degli studenti.

Il vostro è un pubblico di discenti

Se volete fornire informazioni destinate ad altri educatori (ad es. schemi di lezione, soluzioni), inseritele in un documento separato (ad es. una pagina Web o un documento pdf). Gli studenti non devono essere distratti da altre informazioni.

Figura dimostrativa

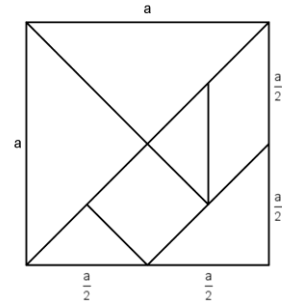
Se la vostra figura interattiva è stata creata esclusivamente a scopo di presentazione, consigliamo di non inserire attività o domande nella pagina Web.



Se si include del testo, deve essere facilmente comprensibile da parte degli studenti.

6. Creare un 'Tangram'

In questa attività verrà creato il puzzle 'Tangram' illustrato nella figura a destra, che consiste in 7 forme geometriche che possono essere costruite a partire da un quadrato di riferimento con lato di lunghezza a . Fare riferimento al foglio di lavoro dinamico "Tangram_Puzzle" <http://www.geogebraTube.org/student/m60732> per scoprire il funzionamento di un 'Tangram'.





Obiettivo 1: Determinare le lunghezze dei lati di ciascuna sezione

Per costruire le varie sezioni che compongono il 'Tangram' è necessario innanzitutto determinare le lunghezze delle sette figure geometriche che lo compongono, che dipendono tutte dalla lunghezza a del lato del quadrato principale.

Suggerimento: Il problema può essere impostato facendo riferimento alle diagonali o alle altezze. Tali lunghezze possono essere espresse più semplicemente utilizzando la variabile a al posto delle misure reali dei lati corrispondenti.

Obiettivo 2: Costruire le varie sezioni del 'Tangram'

1. Digitare *nella barra di inserimento* il numero $a = 6$, che sarà il riferimento per la costruzione di tutti i triangoli e i quadrilateri necessari per il 'Tangram'.
2. Costruire ciascuna figura geometrica utilizzando lo strumento  *Segmento – lunghezza fissa* o lo strumento  *Poligono rigido*. Ciò consente di trascinare e ruotare la figura in seguito.
Suggerimento: È necessario calcolare le lunghezze dei lati di ciascuna figura geometrica *prima* di costruirle in GeoGebra.
3. Suggerimenti per la costruzione:
 - a. Se l'altezza di un triangolo rettangolo è la metà dell'ipotenusa, per la costruzione è possibile applicare il teorema di Talete sui triangoli rettangoli (vedere Materiale per seminari 2, Capitolo 4).

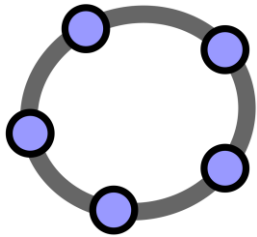


- b. Se sono noti i cateti di un triangolo rettangolo, è possibile costruirlo utilizzando un procedimento analogo a quello della costruzione del quadrato, precedentemente illustrato.
 - c. Per costruire un quadrato a partire dalle diagonali è utile sapere che queste sono perpendicolari e si bisecano vicendevolmente.
 - d. Per costruire il parallelogramma è utile conoscerne l'ampiezza dell'angolo acuto.
4. Verificare la costruzione provando a comporre un quadrato di lato a utilizzando tutte le figure create in precedenza.
 5. Disporre le forme geometriche in modo casuale lungo i margini dell'applet interattiva. Esportare la figura in un foglio di lavoro dinamico e completare con alcune spiegazioni per gli studenti.

7. Sfida del giorno: Perfezionare il 'Tangram'

Con queste forme geometriche è possibile creare molte altre figure oltre al quadrato. Ricercare su Internet una composizione 'Tangram' diversa dal quadrato (vedere ad es. http://www.geogebra.org/book/intro-en/worksheets/tangram_cat.png) e importare tale figura nella *Vista Grafica*. Esportare nuovamente la costruzione di GeoGebra, utilizzando un nome ed istruzioni diverse (vedere <http://www.geogebraTube.org/student/m60733>).





Strumenti personalizzati e personalizzazione della barra degli strumenti

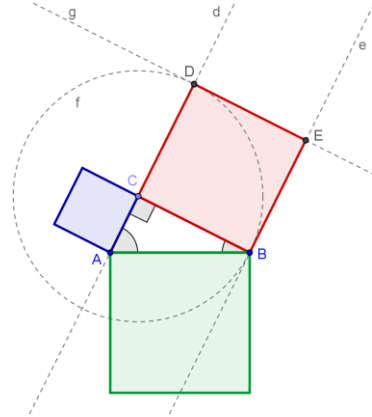
Materiale 7 per seminari GeoGebra



1. Il Teorema di Pitagora

Prima di tutto

- Aprire una nuova finestra di GeoGebra.
- Selezionare *Raccolta Viste* – *Geometria*.
- Modificare le impostazioni di etichettatura in *Solo nuovi punti* (menu *Opzioni* – *Etichettatura*).



Processo di costruzione

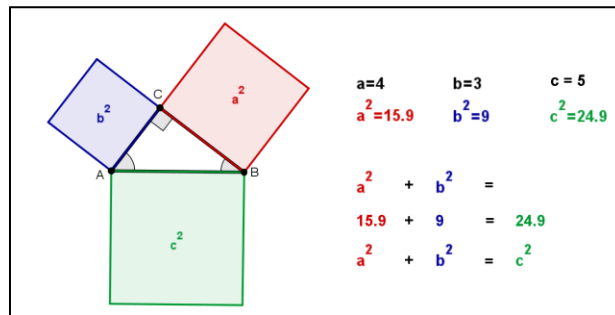
1		Creare il segmento a di vertici A, B .
2		Creare la semicirconferenza c passante per A e B .
3		Creare un nuovo punto C sulla semicirconferenza. <u>Suggerimento:</u> Verificare l'effettiva appartenenza di C alla semicirconferenza con un test di trascinamento.
4		Nascondere il segmento e la semicirconferenza.
5		Costruire un triangolo ABC in senso antiorario.
6		Rinominare i lati del triangolo in a, b, c .
7		Creare gli angoli interni del triangolo ABC . <u>Suggerimento:</u> Fare clic all'interno del poligono per creare tutti gli angoli interni.
8		Trascinare il punto C per verificare la correttezza della costruzione.
9		Creare la retta d perpendicolare al segmento BC , passante per il punto C .
10		Creare la retta e perpendicolare al segmento BC , passante per il punto B .
11		Creare la circonferenza f di centro C passante per il punto B .
12		Intersecare la circonferenza f e la retta perpendicolare d per ottenere il punto di intersezione D .
13		Creare una retta g parallela al segmento BC , passante per il punto D .
14		Creare il punto di intersezione E delle rette e, g .



15		Creare il quadrato $CBED$.
16		Nascondere le rette ausiliarie e la circonferenza.
17		Ripetere i passi da 8 a 15 per il lato AC del triangolo.
18		Ripetere i passi da 8 a 15 per il lato AB del triangolo.
19		Trascinare i vertici del triangolo rettangolo per verificare se i quadrati sono stati costruiti correttamente.
20		Perfezionare la costruzione utilizzando la <i>barra di stile</i> .

Perfezionamento della costruzione

Inserire del testo statico e dinamico nella costruzione, in modo che sia chiaro il collegamento tra la costruzione e il Teorema di Pitagora nella forma $a^2 + b^2 = c^2$ in cui a , b sono i cateti, e c è l'ipotenusa di un triangolo rettangolo.



Introduzione di un nuovo strumento

	Copia stile visuale	Nuovo!
<p><u>Suggerimento:</u> Fare clic su un oggetto per copiarne lo stile visuale, quindi fare clic su uno o più oggetti per trasferire ad essi lo stile visuale del primo oggetto selezionato.</p>		

Suggerimenti: Fare riferimento alla guida rapida visualizzata sulla barra degli strumenti se non si conoscono le modalità di utilizzo di uno strumento. Provare tutti i nuovi strumenti prima di iniziare la costruzione.

Processo di costruzione

21		Creare i centri dei tre quadrati. <u>Suggerimento:</u> Fare clic sui due vertici opposti di una diagonale di ciascun quadrato.
22	ABC	Inserire il testo statico <i>testo1</i> : a^2 e collegarlo al centro del quadrato corrispondente.



		<u>Suggerimento</u> : Per ottenere a^2 è necessario mettere un segno di spunta alla casella <i>formula LaTeX</i> .
23	ABC	Inserire il testo statico <i>testo2</i> : b^2 e collegarlo al centro del quadrato corrispondente.
24	ABC	Inserire il testo statico <i>testo3</i> : c^2 e collegarlo al centro del quadrato corrispondente.
25		Nascondere i centri dei quadrati.
26		Formattare il testo con colori uguali ai quadrati corrispondenti.
27	ABC	Inserire un testo contenente l'enunciato del Teorema di Pitagora.
28		Esportare la costruzione come foglio di lavoro dinamico. Fornire le spiegazioni necessarie agli studenti per una piena comprensione del Teorema di Pitagora.

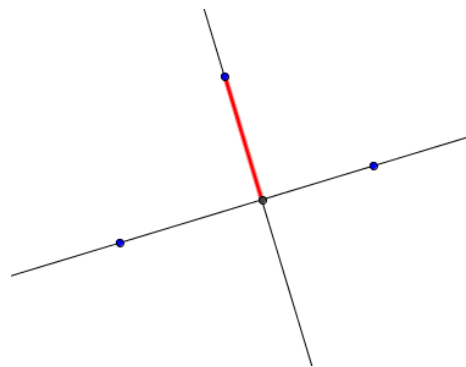
2. Creare strumenti personalizzati

GeoGebra consente la creazione di strumenti personalizzati, in modo tale che ciascun utente possa ampliare la barra degli strumenti con i propri. Ora verrà creato uno strumento che determina la distanza minima tra un punto e una retta (ad es. l'altezza di un triangolo). Prima di creare un nuovo strumento, è necessario costruire tutti gli oggetti necessari allo strumento stesso.

Preparazione della costruzione

Prima di tutto

- Aprire una nuova finestra di GeoGebra.
- Selezionare *Raccolta Viste* – *Geometria*.
- Modificare le impostazioni di etichettatura in *Tutti i nuovi oggetti* (menu *Opzioni* – *Etichettatura*).



Processo di costruzione

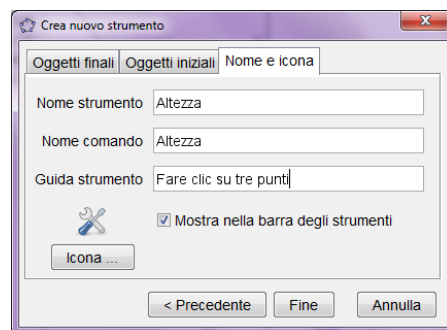
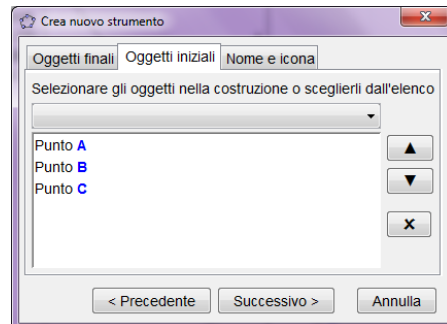
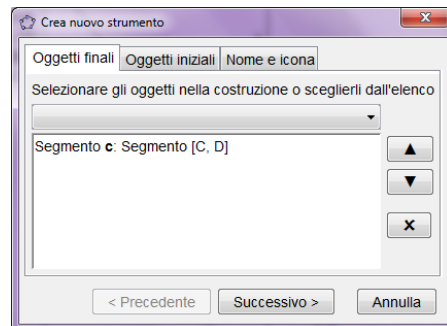
1		Creare la retta a passante per i punti A e B .
2		Creare un nuovo punto C .
3		Creare la retta b perpendicolare alla retta a e passante per C .



4		Costruire il punto D di intersezione delle rette a , b .
5		Creare il segmento c compreso tra i punti C e D .
6		Trascinare i punti A , B , C per verificare la costruzione.
7		Modificare il colore del segmento c e nascondere le etichette di tutti gli oggetti.

Creare uno strumento personalizzato

1. Nel menu *Strumenti* fare clic su *Crea nuovo strumento...* per aprire la relativa finestra di dialogo.
2. Per impostazione predefinita, viene visualizzata la scheda *Oggetti finali*.
3. Specificare gli oggetti finali del nuovo strumento facendo clic su di essi nella *Vista Grafica* (nel nostro caso, sul segmento c), oppure selezionandoli nell'elenco a discesa visualizzato (fare clic sulla piccola freccia accanto al campo di inserimento).
4. Fare clic sul pulsante *Successivo >* per aprire la scheda *Oggetti iniziali*.
5. GeoGebra compila automaticamente l'elenco degli oggetti iniziali dello strumento (nel nostro esempio: i punti A , B e C).
Nota: GeoGebra seleziona tutti i cosiddetti 'oggetti ascendenti' degli oggetti finali specificati.
6. Fare clic sul pulsante *Successivo >* per aprire la scheda *Nome e icona*.
7. Assegnare il nome *Altezza* allo strumento e inserire il testo che verrà visualizzato nella guida rapida sulla barra degli strumenti.
Nota: GeoGebra compila automaticamente il campo testo *Nome comando*.
8. Fare clic sul pulsante *Fine*.

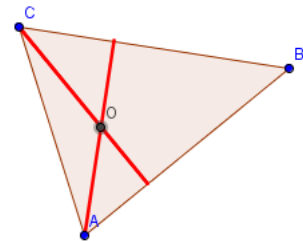


Suggerimento: Da questo momento in poi il nuovo strumento farà parte della barra degli strumenti di GeoGebra.




Provare lo strumento personalizzato

1. Aprire una nuova finestra di GeoGebra: *File – Nuovo*.
Nota: Lo strumento personalizzato è ancora presente nella barra degli strumenti.
2. Creare un triangolo ABC utilizzando lo strumento *Poligono*.
3. Attivare lo strumento personalizzato *Altezza*.
4. Fare clic sui punti A , B e C per creare una delle altezze del triangolo.
5. Creare un'altra altezza del triangolo.
6. Intersecare le due altezze per ottenere l'ortocentro del triangolo.



3. Salvare e importare gli strumenti personalizzati


Salvare uno strumento personalizzato

1. Nel menu *Strumenti* fare clic su  *Organizza strumenti...* per aprire la relativa finestra di dialogo.
2. Selezionare lo strumento personalizzato *Altezza* dall'elenco degli strumenti disponibili.
3. Fare clic sul pulsante *Salva con nome...* per salvare lo strumento personalizzato e renderlo disponibile per ulteriori costruzioni.
4. Scegliere un nome per lo strumento personalizzato (ad es. *Altezza_strum.ggt*) e salvarlo nel computer.

Suggerimento: Gli strumenti personalizzati di GeoGebra vengono salvati con estensione *.ggt*, in modo che possano essere distinti dai file 'usuali' di GeoGebra, che invece hanno estensione *.ggb*.

Importare uno strumento personalizzato

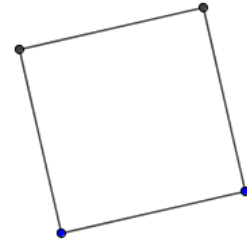
Dopo il salvataggio, lo strumento personalizzato sarà disponibile per tutte le costruzioni future. Per impostazione predefinita la barra degli strumenti di GeoGebra non include gli strumenti personalizzati. Per riutilizzare uno degli strumenti personalizzati basta importarlo nella finestra di GeoGebra.

1. Aprire una nuova finestra di GeoGebra.
2. Nel menu *File* fare clic su  *Apri*.
3. Localizzare lo strumento personalizzato salvato in precedenza (ad es. *Altezza_strum.ggt*) e selezionarlo dall'elenco dei file di GeoGebra (*.ggb*) e dei file strumenti (*.ggt*) disponibili.
4. Fare clic sul pulsante *Apri* per importare lo strumento personalizzato nella barra degli strumenti della nuova finestra di GeoGebra.




Suggerimento: L'importazione di uno strumento personalizzato non ha effetto sulla costruzione presente nella finestra di GeoGebra. È quindi possibile importare gli strumenti durante il processo di costruzione.












4. Creare uno strumento per costruire un quadrato



Prima di tutto

- Aprire una nuova finestra di GeoGebra.
- Selezionare *Raccolta Viste* –  *Geometria*.
- Modificare le impostazioni di etichettatura in *Tutti i nuovi oggetti* (menu *Opzioni* – *Etichettatura*).

Processo di costruzione

1		Creare il segmento a di vertici A, B .
2		Creare la retta b perpendicolare al segmento AB , passante per il punto B .
3		Creare la circonferenza c di centro B , passante per il punto A .
4		Intersecare la circonferenza c e la retta perpendicolare b per ottenere il punto di intersezione C .
5		Costruire la retta d parallela alla retta perpendicolare b , passante per il punto A .
6		Costruire la retta e parallela al segmento a , passante per il punto C .
7		Intersecare le rette d, e per ottenere il punto di intersezione D .
8		Creare il quadrato $ABCD$.
9		Nascondere gli oggetti ausiliari (rette e circonferenza).
10		Nascondere le etichette di tutti gli oggetti (<i>barra di stile</i>)
11		Impostare il colore del quadrato: nero con <i>Opacità 0%</i> .
12		Creare lo strumento <i>Quadrato</i> (menu <i>Strumenti</i> – <i>Crea nuovo strumento...</i>). <u>Oggetti finali:</u> quadrato, lati del quadrato, punti C e D <u>Oggetti iniziali:</u> punti A e B



	<u>Nome</u> : Quadrato <u>Guida strumento</u> : Fare clic su due punti
13	Salvare lo strumento <i>Quadrato</i> nel file <i>Quadrato_Strum.ggt</i> <u>Suggerimento</u> : Menu <i>Strumenti – Organizza strumenti... – Salva con nome...</i>

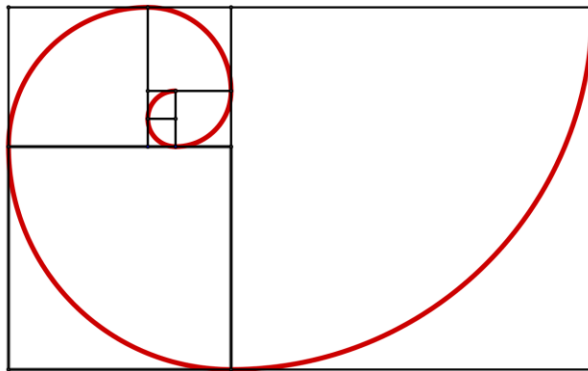
Esercizio

Confrontare il processo di costruzione del quadrato con quello utilizzato nel Seminario 2. Quali sono le differenze?


5. La spirale di Fibonacci

È possibile creare una *spirale di Fibonacci* tracciando gli archi che collegano gli angoli opposti dei quadrati della tessellazione di Fibonacci, che utilizza quadrati di lati 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21,...


La spirale di Fibonacci approssima la cosiddetta *spirale aurea*, che è una spirale logaritmica, il cui fattore di crescita è correlato alla *sezione aurea*.



Prima di tutto

- Aprire una nuova finestra di GeoGebra.
- Selezionare *Raccolta Viste* –  *Geometria*.
- Importare lo strumento *Quadrato* nella barra degli strumenti (menu *File – Apri*).
- Modificare le impostazioni di etichettatura in *Nessun nuovo oggetto* (menu *Opzioni – Etichettatura*).






Introduzione di un nuovo strumento

	Arco di circonferenza - dato il centro e due punti	Nuovo!
	<u>Suggerimento</u> : Fare clic sul centro dell'arco, quindi specificare due punti che determineranno il raggio e la lunghezza dell'arco.	



Suggerimenti: Fare riferimento alla guida rapida visualizzata sulla barra degli strumenti se non si conoscono le modalità di utilizzo di uno strumento. Provare tutti i nuovi strumenti prima di iniziare la costruzione.

Processo di costruzione

1		Utilizzare lo strumento <i>Quadrato</i> per creare un quadrato con lato di lunghezza 1. <u>Suggerimento</u> : Posizionare i due punti su punti adiacenti nella griglia.
2		Creare un secondo quadrato avente il lato di lunghezza 1, al di sotto del primo quadrato. <u>Suggerimento</u> : Utilizzare i punti già esistenti per collegare i due quadrati.
3		Creare un terzo quadrato avente il lato di lunghezza 2, alla destra dei due quadrati più piccoli.
4		Continuare a creare quadrati, aventi il lato di lunghezze rispettivamente 3, 5, 8 e 13, in senso antiorario.
5		Creare un arco di circonferenza nel primo quadrato. <u>Suggerimento</u> : Specificare il vertice in basso a destra del quadrato come centro dell'arco. Selezionare due vertici opposti del quadrato, in senso antiorario.
6		Ripetere il passo 5 per ciascuno dei quadrati, in modo da ottenere la spirale di Fibonacci.
7		Perfezionare la costruzione utilizzando la <i>barra di stile</i> .

6. Costruire il centro di una circonferenza

Torniamo a scuola...

Come è possibile costruire il centro di una circonferenza?

Stampare le pagine con i disegni delle circonferenza che troverete alla fine del capitolo e provare a determinare il centro di tali circonferenze (a) solo tramite piegatura della carta (b) con matita e righello.

Suggerimenti:


- Versione 1a: Piegare lungo due diametri, che si intersecheranno nel centro della circonferenza.
- Versione 1b: È possibile ricreare questa costruzione utilizzando la matita e il righello?











- Versione 2a: Piegare lungo due corde della circonferenza e sui rispettivi assi, che si intersecheranno nel centro della circonferenza.
- Versione 2b: È possibile ricreare questa costruzione utilizzando la matita e il righello?

Ora utilizzeremo GeoGebra per ricreare la costruzione utilizzata nella versione 2b.

Prima di tutto




- Aprire una nuova finestra di GeoGebra.
- Selezionare *Raccolta Viste* –  *Geometria*.
- Mostrare la barra di inserimento (menu *Visualizza*).

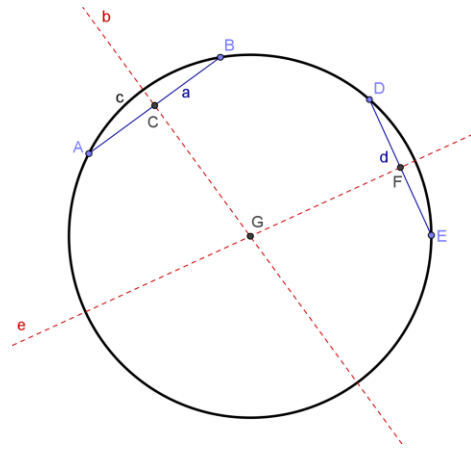
Processo di costruzione

1		Digitare l'equazione della circonferenza $c: x^2 + y^2 = 16$.
2		Creare la corda a della circonferenza c . <u>Suggerimento:</u> Una corda è un segmento i cui vertici appartengono alla circonferenza.
3		Creare il punto medio C della corda a .
4		Creare la retta b perpendicolare alla corda a , passante per C . <u>Suggerimento:</u> Abbiamo ottenuto l'asse della corda a .
5		Creare un'altra corda d della circonferenza c .
6		Creare il punto medio F della corda d .
7		Creare la retta e perpendicolare alla corda d , passante per il punto F .
8		Intersecare le rette b , e per ottenere il punto di intersezione G . <u>Suggerimento:</u> Il punto G è il centro della circonferenza c .
9		Perfezionare la costruzione utilizzando la <i>barra di stile</i> .
10		Verificare la costruzione posizionando le corde in modo diverso.



Obiettivi

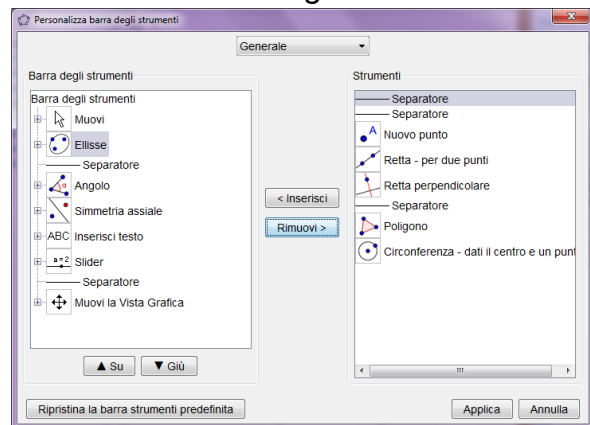
- Mostrare la *Barra di navigazione per i passi della costruzione* (clic con il tasto destro del mouse nella Vista Grafica – MacOs: *Ctrl-clic*) per rivedere i passi della costruzione.
- Aprire il  *Protocollo di costruzione* e visualizzare la colonna  *Punti di interruzione* per raggruppare alcuni degli oggetti utilizzati. Dopo avere specificato i punti di interruzione, selezionare  *Mostra solo i punti di interruzione*.
- Esportare la costruzione come foglio di lavoro dinamico che includa la *Barra di navigazione* (finestra di dialogo *Esporta* – scheda *Avanzate*), quindi salvare il file come *Centro_Circonferenza_Soluz.html*.
- Aprire il foglio di lavoro dinamico appena esportato. Utilizzare la *Barra di navigazione* per rivedere la costruzione ed annotare i nomi degli strumenti utilizzati per costruire il centro della circonferenza.



7. Personalizzare la barra degli strumenti

In questa sezione verrà illustrato come fare a personalizzare la barra degli strumenti di GeoGebra in modo da limitare il numero di strumenti disponibili per gli studenti.

1. Nel menu *Strumenti* fare clic su *Personalizza barra degli strumenti...*
2. Nella parte alta della finestra è possibile selezionare da un elenco a discesa una delle barre degli strumenti disponibili (Generale, Foglio di calcolo, CAS, Analisi dati)
3. La finestra a sinistra elenca tutti gli strumenti di GeoGebra che fanno parte della barra degli strumenti prescelta. Facendo clic su uno dei simboli + accanto a ciascuno





- strumento si aprirà l'elenco degli strumenti contenuti nella relativa casella.
4. Nell'elenco a sinistra fare clic sul simbolo + accanto allo strumento *Muovi* per aprire l'elenco degli strumenti contenuti nella relativa casella. Selezionare lo strumento *Ruota intorno a un punto* e fare clic sul pulsante *Rimuovi*>. Quindi selezionare lo strumento *Registra sul foglio di calcolo* e fare clic nuovamente sul pulsante *Rimuovi*>. Lo strumento *Muovi* dovrebbe essere ora l'unico strumento disponibile nella relativa casella degli strumenti.
 5. Aprire la casella degli strumenti successiva e rimuovere tutti gli strumenti presenti, tranne quelli necessari per costruire il centro di una circonferenza (*Intersezione di due oggetti*, *Punto medio o centro*, *Segmento - tra due punti*, *Retta perpendicolare*).
 6. Utilizzare i pulsanti *Su* e *Giù* per modificare l'ordine degli strumenti nella lista a sinistra.
 7. Fare clic su *Applica* al termine della personalizzazione.
 8. Ora la finestra di GeoGebra conterrà la barra degli strumenti personalizzata.

Esercizio

- Eliminare tutti gli oggetti tranne la circonferenza.
- Esportare la costruzione aggiornata come foglio di lavoro dinamico, che include la *barra degli strumenti personalizzata* e la guida rapida sulla barra degli strumenti (finestra di dialogo *Esporta* – scheda *Avanzate*).
- Salvare il foglio di lavoro dinamico assegnando il nome: *Centro_Circonferenza_Costruz.html*.

8. Sfida del giorno: la scoperta di Eulero

Esercizio

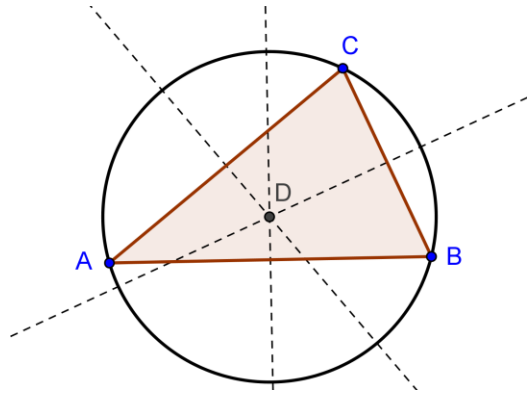
- Costruire i seguenti 'punti notevoli' di un triangolo: circocentro, ortocentro e baricentro. Creare uno strumento personalizzato per ciascuno di questi punti. Salvare gli strumenti personalizzati.
- Utilizzare tali strumenti personalizzati all'interno di una costruzione per visualizzare la relazione che intercorre tra le posizioni di tali punti, scoperta dal matematico svizzero Eulero nel 18° secolo, ovviamente senza potere utilizzare un software di geometria dinamica !



Circocentro di un triangolo

Prima di tutto

- Aprire una nuova finestra di GeoGebra.
- Selezionare *Raccolta Viste - Geometria*.
- Modificare le impostazioni di etichettatura in *Solo nuovi punti* (menu *Opzioni - Etichettatura*).



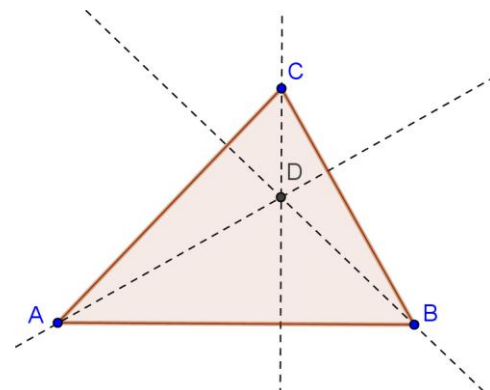
Processo di costruzione

1		Creare un triangolo qualunque ABC .
2		Creare gli assi d, e, f di tutti i lati del triangolo. <u>Suggerimento</u> : Lo strumento <i>Asse di un segmento</i> può essere applicato a qualsiasi segmento già esistente.
3		Costruire il punto di intersezione D di due assi.
4		Creare la circonferenza di centro D passante per uno dei vertici del triangolo ABC .
5		Rinominare il punto D in <i>Circocentro</i> .
6		Utilizzare il test di trascinamento per verificare la correttezza della costruzione.
7		Creare uno strumento personalizzato per il circocentro di un triangolo. <u>Oggetti finali</u> : il punto <i>Circocentro</i> <u>Oggetti iniziali</u> : i punti A, B e C <u>Nome</u> : <i>Circocentro</i> <u>Guida strumento</u> : Fare clic su tre punti
8		Salvare lo strumento personalizzato nel file <i>circocentro.ggt</i> .


Ortocentro di un triangolo

Prima di tutto







- Aprire una nuova finestra di GeoGebra.






- Selezionare *Raccolta Viste* –  *Geometria*.
- Modificare le impostazioni di etichettatura in *Solo nuovi punti* (menu *Opzioni* – *Etichettatura*).

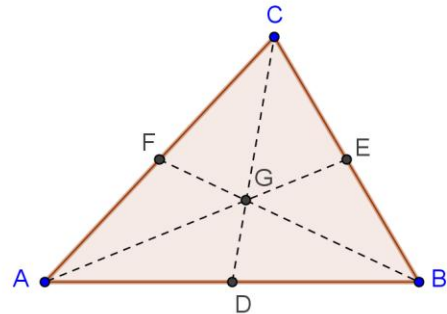
Processo di costruzione

1		Creare un triangolo qualunque ABC .
2		Creare le rette d, e, f perpendicolari a ciascun lato del triangolo e passanti per il vertice opposto.
3		Costruire il punto di intersezione D di due rette perpendicolari.
4		Rinominare il punto D in <i>Ortocentro</i> .
5		Utilizzare il test di trascinamento per verificare la correttezza della costruzione.
6		Creare uno strumento personalizzato per l'ortocentro di un triangolo. <u>Oggetti finali</u> : il punto <i>Ortocentro</i> <u>Oggetti iniziali</u> : i punti A, B e C <u>Nome</u> : Ortocentro <u>Guida strumento</u> : Fare clic su tre punti
7		Salvare lo strumento personalizzato nel file <i>ortocentro.ggt</i> .





Baricentro di un triangolo

Prima di tutto




- Aprire una nuova finestra di GeoGebra.
- Selezionare *Raccolta Viste* –  *Geometria*.
- Modificare le impostazioni di etichettatura in *Solo nuovi punti* (menu *Opzioni* – *Etichettatura*).



Processo di costruzione

1		Creare un triangolo qualunque ABC .
2		Creare i punti medi D, E ed F dei lati del triangolo.
3		Collegare ciascun punto medio al vertice opposto utilizzando i segmenti d, e, f .
4		Creare il punto di intersezione G di due dei segmenti.



5		Rinominare il punto G in <i>Baricentro</i> .
6		Utilizzare il test di trascinamento per verificare la correttezza della costruzione.
7		<p>Creare uno strumento personalizzato per il baricentro di un triangolo.</p> <p><u>Oggetti finali</u>: il punto <i>Baricentro</i></p> <p><u>Oggetti iniziali</u>: i punti A, B e C</p> <p><u>Nome</u>: Baricentro</p> <p><u>Guida strumento</u>: Fare clic su tre punti</p>
8		Salvare lo strumento personalizzato nel file <i>baricentro.ggt</i> .

Qual è stata la scoperta di Eulero?

Esercizio 1

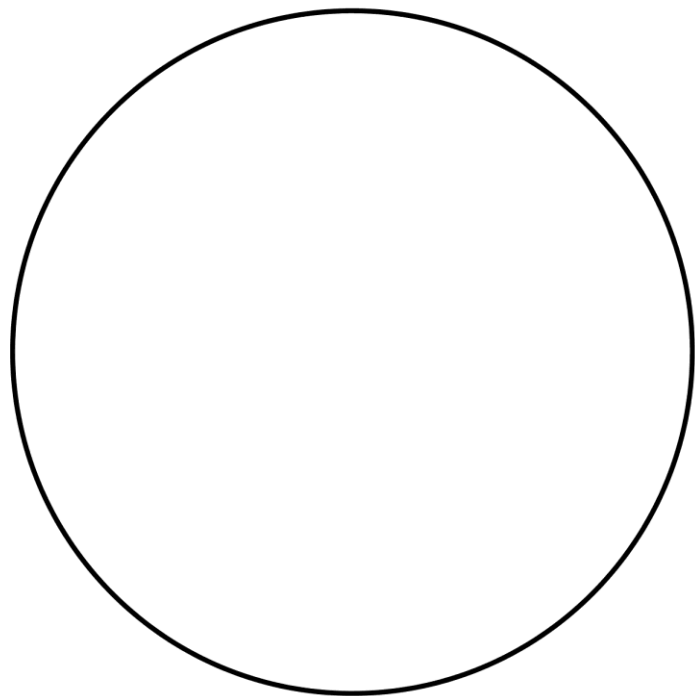
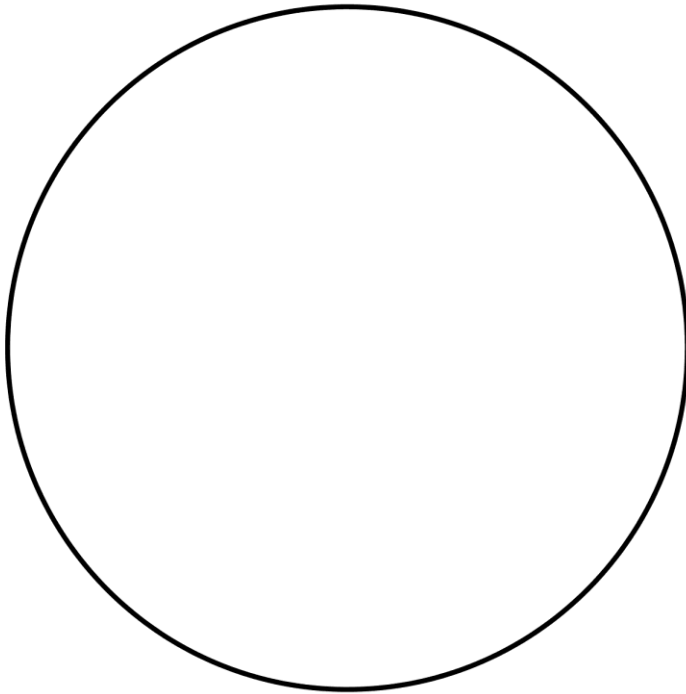
- Aprire una nuova finestra di GeoGebra e importare i tre strumenti personalizzati (*circocentro.ggt*, *ortocentro.ggt* e *baricentro.ggt*) nella barra degli strumenti.
- Creare un triangolo qualunque ABC e applicare i tre strumenti personalizzati al triangolo, in modo da ottenere circocentro, ortocentro e baricentro del triangolo.
- Muovere i vertici del triangolo ABC e osservare le posizioni dei tre punti 'notevoli' appena costruiti. Quale relazione li lega? Utilizzare uno degli strumenti geometrici di GeoGebra per visualizzare tale relazione.

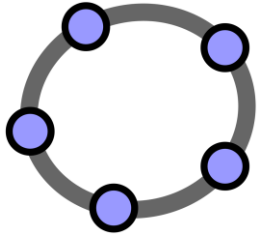
Esercizio 2

- Aprire una finestra vuota di GeoGebra. Personalizzare la barra degli strumenti in modo che contenga solo gli strumenti: *Muovi*, *Poligono*, *Retta - per due punti*, *Circonferenza - dati il centro e un punto*, *Circocentro*, *Ortocentro* e *Baricentro*.
- Esportare questa nuova finestra vuota di GeoGebra come foglio di lavoro dinamico che include la barra degli strumenti personalizzata e la guida sulla barra degli strumenti. Completare con le istruzioni necessarie agli studenti per esplorare le proprietà della retta di Eulero di un triangolo.



Costruire il centro di una circonferenza - allegato





Visibilità condizionata e successioni

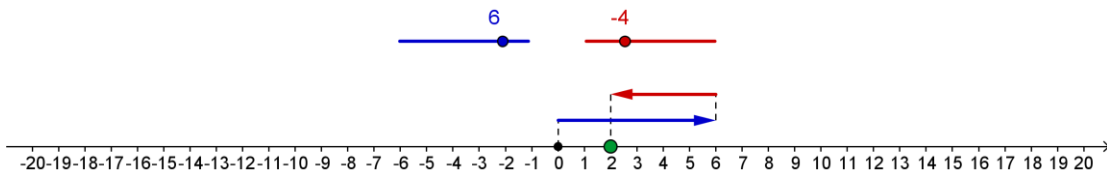
Materiale 8 per seminari GeoGebra



1. Visualizzare la somma di interi sulla retta reale

Prima di tutto

- Aprire un nuovo file di GeoGebra.
- Selezionare *Raccolta Viste* – *Geometria*.
- Nel menu *Opzioni* impostare l'*Etichettatura* in *Tutti i nuovi oggetti*.



Processo di costruzione

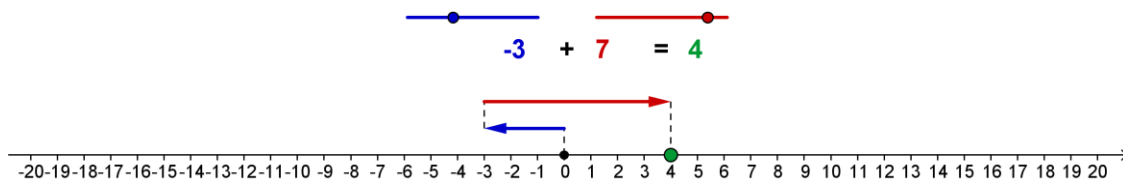
1	Aprire la finestra di dialogo <i>Proprietà della Vista Grafica</i> . <u>Suggerimento:</u> Fare clic su <i>Preferenze</i> , quindi su <i>Vista Grafica</i>
2	Nella scheda <i>asseX</i> impostare la distanza tra le linee della griglia in 1, selezionando la casella <i>Distanza</i> e digitando 1 nel relativo campo testo.
3	Nella scheda <i>Fondamentali</i> impostare il <i>minimo</i> dell'asse x in -21 e il <i>massimo</i> in 21.
4	Nella scheda <i>asseY</i> deselezionare la casella <i>Mostra asse y</i> .
5	Chiudere la finestra di dialogo <i>Proprietà della Vista Grafica</i> .
6	Creare uno slider per il numero a , con <i>Intervallo</i> da -10 a 10 e <i>Incremento</i> 1.
7	Creare uno slider per il numero b con <i>Intervallo</i> da -10 a 10 e <i>Incremento</i> 1.
8	Mostrare i valori degli slider, al posto dei relativi nomi. <u>Suggerimento:</u> barra di stile – <i>Imposta stile etichetta</i> – <i>Valore</i>
9	Creare il punto $A = (0, 1)$.
10	Creare il punto $B = A + (a, 0)$.



		<u>Suggerimento:</u> La distanza tra il punto B e il punto A è determinata dallo slider a .
11		Creare un vettore $u = \text{Vettore}[A, B]$ di lunghezza a .
12		Creare il punto $C = B + (0, 1)$.
13		Creare il punto $D = C + (b, 0)$.
14		Creare il vettore $v = \text{Vettore}[C, D]$ di lunghezza b .
15		Creare il punto $R = (x(D), 0)$. <u>Suggerimento:</u> $x(D)$ indica l'ascissa del punto D , quindi il punto R mostra il risultato della somma sulla retta dei numeri.
16		Creare il punto $Z = (0, 0)$.
17		Creare il segmento $g = \text{Segmento}[Z, A]$.
18		Creare il segmento $h = \text{Segmento}[B, C]$.
19		Creare il segmento $i = \text{Segmento}[D, R]$.
20		Utilizzare la finestra di dialogo <i>Proprietà</i> per perfezionare la costruzione (ad es. colorare allo stesso modo slider e vettori, definire lo stile delle linee, fissare gli slider, nascondere le etichette).


Inserire il testo dinamico

Perfezionare la figura interattiva inserendo un testo dinamico che visualizza il problema aritmetico corrispondente. Per visualizzare le parti del problema aritmetico con colori diversi è necessario inserire il testo dinamico passo per passo.



1		Calcolare il risultato dell'addizione: $r = a + b$
2	ABC	Inserire il testo dinamico <i>testo1</i> : a





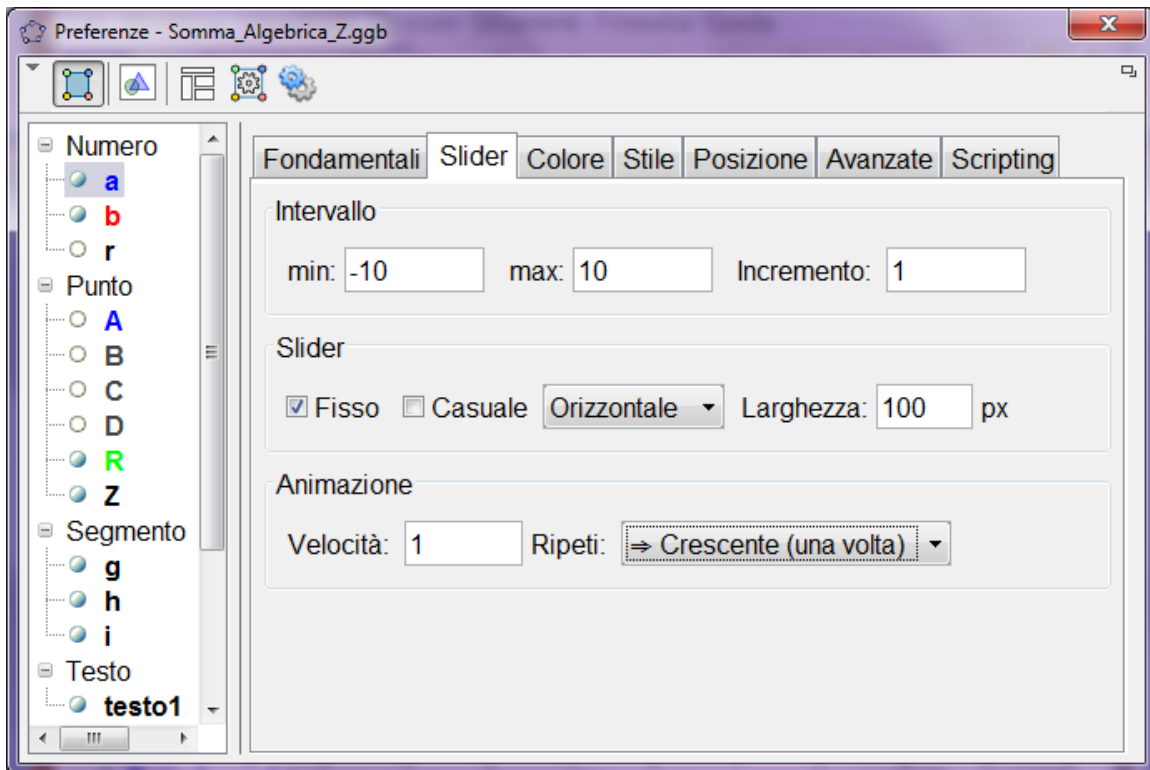
3	ABC	Inserire il testo statico <i>testo2</i> : +
4	ABC	Inserire il testo dinamico <i>testo3</i> : b
5	ABC	Inserire il testo statico <i>testo4</i> : =
6	ABC	Inserire il testo dinamico <i>testo5</i> : r
7		Colorare in modo corrispondente i testi <i>testo1</i> , <i>testo3</i> e <i>testo5</i> e i relativi slider, vettori, e il punto <i>R</i> .
8		Allineare il testo nella <i>Vista Grafica</i> .
9		Nascondere le etichette degli slider e fissare il testo (finestra di dialogo <i>Proprietà</i>).
10		Esportare la figura interattiva come foglio di lavoro dinamico.

2. Animare le costruzioni

GeoGebra offre la possibilità di animare gli slider (numeri, angoli) e i punti appartenenti a percorsi (segmenti, rette, funzioni, curve, etc...). Mentre un'animazione è in esecuzione, GeoGebra è completamente funzionante, in modo che sia possibile modificare la costruzione in tempo reale, durante l'animazione.

Processo di costruzione

1	Aprire il file di GeoGebra creato nell'attività precedente.
2	Fare clic con il tasto destro del mouse (MacOS: <i>Ctrl</i> -clic) sullo slider <i>a</i> e selezionare <i>Animazione attiva</i> nel menu contestuale visualizzato. <u>Suggerimento</u> : sarà visualizzato un pulsante per l'animazione nell'angolo in basso a sinistra della <i>Vista Grafica</i> , che consente di mettere in pausa  oppure continuare  un'animazione.
3	Fare clic con il tasto destro del mouse (MacOS: <i>Ctrl</i> -clic) sullo slider <i>b</i> e selezionare <i>Animazione attiva</i> nel menu contestuale visualizzato. <u>Suggerimento</u> : Per arrestare l'animazione dello slider, deselegionare <i>Animazione attiva</i> nel menu contestuale.
4	Aprire la finestra di dialogo <i>Proprietà</i> degli slider <i>a</i> , <i>b</i> e selezionare la scheda <i>Slider</i> , per modificare le caratteristiche dell'animazione (dettagli in seguito). Sperimentare diverse impostazioni degli slider e verificarne l'impatto sull'animazione del risultato <i>r</i> .



Nella finestra di dialogo Proprietà è possibile modificare le caratteristiche dell'animazione:

Velocità: Una velocità 1 significa che l'intero intervallo dello slider verrà animato in circa 10 secondi.

Ripeti:

⇔ Oscillante

Il ciclo di animazione si alternerà tra Crescente e Decrescente.

⇒ Crescente

Il valore dello slider è sempre crescente. Quando raggiunge il valore massimo, ritorna al valore minimo e continua l'animazione.

⇐ Decrescente

Il valore dello slider è sempre decrescente. Quando raggiunge il valore minimo, ritorna al valore massimo e continua l'animazione.


⇒ Crescente (una volta)

Il valore dello slider è crescente. Dopo avere raggiunto il valore massimo, l'animazione si arresta.



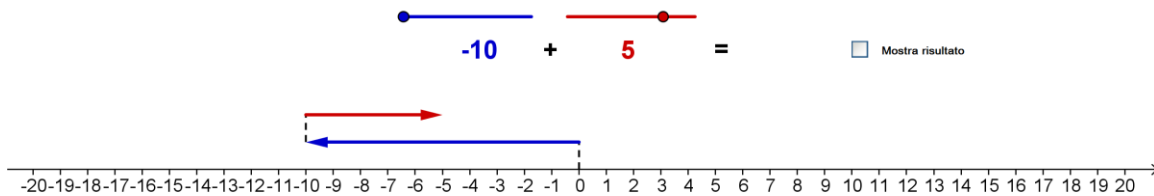
3. Formattazione condizionale – Inserire caselle di controllo



Introduzione di un nuovo strumento

	<p>Casella di controllo per mostrare/nascondere oggetti Nuovo!</p> <p><u>Suggerimento:</u> Fare clic nella Vista Grafica per aprire la finestra di dialogo relativa alla casella di controllo. Digitare una legenda e selezionare nell'elenco a discesa gli oggetti da visualizzare / nascondere tramite questa casella di controllo.</p>
---	--

Processo di costruzione

Inserire una casella di controllo che consente di mostrare o nascondere nella *Vista Grafica* il risultato dell'addizione.



1		Attivare lo strumento <i>Casella di controllo per mostrare/nascondere oggetti</i> .
2		Fare clic nella <i>Vista Grafica</i> accanto al risultato dell'addizione. Si aprirà la finestra di dialogo della casella di controllo.
3		Digitare <code>Mostra risultato</code> nel campo testo <i>Legenda</i> .
4		Selezionare <code>testo5</code> nell'elenco a discesa. La visibilità di questo oggetto sarà quindi controllata dalla casella di controllo. <u>Suggerimento:</u> È inoltre possibile inserire <code>testo5</code> nell'elenco degli oggetti gestiti dalla casella di controllo facendo clic su di esso nella <i>Vista Grafica</i> .
5		Fare clic su <i>Applica</i> per creare la casella di controllo.
6		Nella modalità <i>Muovi</i> , selezionare e deselegionare la casella di controllo per verificare se il <code>testo5</code> viene mostrato / nascosto di conseguenza.
7		Fissare la casella di controllo in modo che non possa essere spostata accidentalmente (finestra di dialogo <i>Proprietà</i>).
8		Esportare questa figura interattiva come foglio di lavoro dinamico. <u>Suggerimento:</u> Assegnare a questo foglio di lavoro un nome diverso.



Variabili booleane

Una *Casella di controllo per mostrare / nascondere oggetti* è la rappresentazione grafica di una variabile booleana in GeoGebra. Può quindi assumere i valori 'true' o 'false' e tali valori corrispondono alla selezione (true) o deselection (false) della casella di controllo.

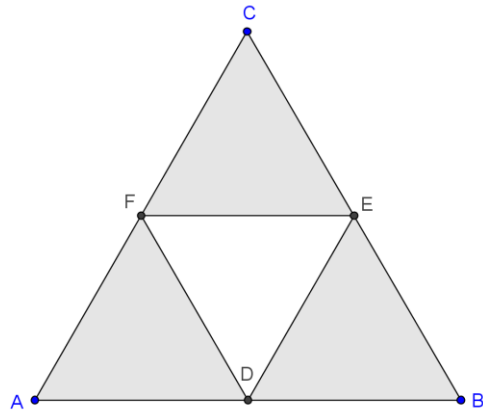
1. Aprire la finestra di dialogo *Proprietà*. L'elenco dei valori booleani contiene solo l'oggetto j , che è rappresentato graficamente dalla casella di controllo.
2. Selezionare *testo5* nell'elenco di oggetti nella finestra di dialogo *Proprietà*.
3. Fare clic sulla scheda *Avanzate* e controllare il campo testo *Condizione per mostrare l'oggetto*: esso contiene il nome della casella di controllo j .
Suggerimento: Ciò significa che la visibilità di *testo5* dipende dallo stato della casella di controllo.
4. Selezionare il punto R nell'elenco di oggetti della finestra di dialogo *Proprietà*. Fare clic sulla scheda *Avanzate*: il campo testo *Condizione per mostrare l'oggetto* è vuoto.
5. Digitare j nel campo testo *Condizione per mostrare l'oggetto*: anche la visibilità del punto R è ora collegata alla casella di controllo.
6. Ripetere i passi 4 e 5 per il segmento i che unisce il secondo vettore con il punto R sulla retta dei numeri.

Suggerimento: Ora la casella di controllo gestisce tre oggetti della figura dinamica: *testo5* (che visualizza il risultato dell'addizione), il punto R e il segmento i (che visualizza graficamente il risultato sulla retta dei numeri).



4. Il triangolo di Sierpinski









Ora impareremo come creare uno strumento personalizzato per una ottenere velocemente la costruzione del triangolo di Sierpinski.



Prima di tutto

- Aprire una nuova finestra di GeoGebra.
- Selezionare *Raccolta Viste* –  *Geometria*.
- Nel menu *Opzioni* impostare l'*Etichettatura* in *Solo nuovi punti*.

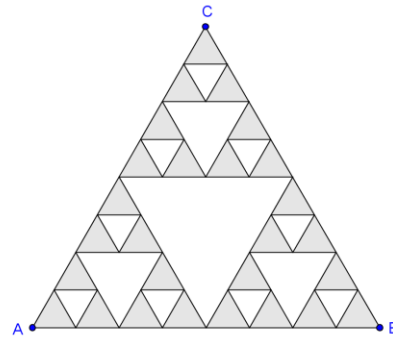
Processo di costruzione

1		Creare un triangolo qualunque ABC .
2		Modificare il colore del triangolo in nero (finestra di dialogo <i>Proprietà</i>).
3		Creare il punto medio D del lato AB del triangolo.
4		Creare il punto medio E del lato BC del triangolo.
5		Creare il punto medio F del lato AC del triangolo.
6		Costruire un triangolo DEF .
7		Modificare il colore del triangolo DEF in bianco e impostare il riempimento al 100% (finestra di dialogo <i>Proprietà</i>).
8		Modificare il colore dei lati del triangolo DEF in nero (finestra di dialogo <i>Proprietà</i>).
9		Creare un nuovo strumento di nome <i>Sierpinski</i> . <u>Oggetti finali</u> : i punti D , E , F , il triangolo DEF , i lati del triangolo DEF <u>Oggetti iniziali</u> : i punti A , B e C <u>Nome</u> : <i>Sierpinski</i> <u>Guida strumento</u> : Fare clic su tre punti
10		Applicare lo strumento personalizzato ai tre triangoli neri ADF , DBE e FEC per creare il secondo livello del Triangolo di Sierpinski.
11		Applicare lo strumento personalizzato ai nove triangoli neri per creare il terzo livello del Triangolo di Sierpinski.

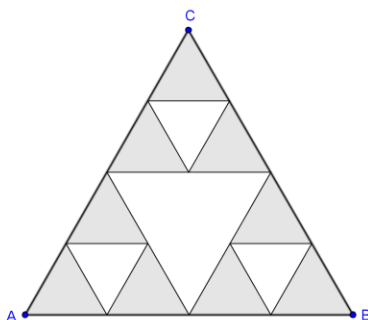


Visibilità condizionata

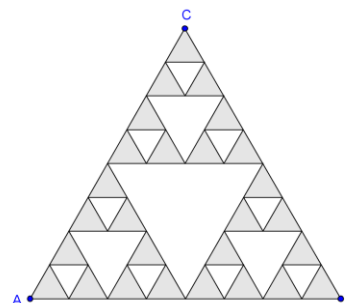
Inserire caselle di controllo che consentono di visualizzare o meno i vari livelli del Triangolo di Sierpinski.



1		Nascondere tutti i punti, tranne A , B e C .
2	<input checked="" type="checkbox"/>	Creare una <i>Casella di controllo per mostrare/nascondere oggetti</i> che mostra / nasconde il primo livello del Triangolo di Sierpinski. <u>Legenda:</u> Livello 1 <u>Oggetti selezionati:</u> Solo il triangolo grande bianco e i relativi lati.
3		In modalità <i>Muovi</i> selezionare e deselegionare la casella di controllo per verificare se il triangolo bianco e i relativi lati vengono mostrati / nascosti.
4	<input checked="" type="checkbox"/>	Creare una <i>Casella di controllo per mostrare/nascondere oggetti</i> che mostra / nasconde il secondo livello del Triangolo di Sierpinski. <u>Legenda:</u> Livello 2 <u>Oggetti selezionati:</u> I tre triangoli bianchi di media grandezza e i relativi lati.
5		In modalità <i>Muovi</i> selezionare e deselegionare la casella di controllo per verificare se il secondo livello del Triangolo di Sierpinski viene mostrato / nascosto.
6	<input checked="" type="checkbox"/>	Creare una <i>Casella di controllo per mostrare/nascondere oggetti</i> che mostra / nasconde il terzo livello del Triangolo di Sierpinski. <u>Legenda:</u> Livello 3 <u>Oggetti selezionati:</u> I nove triangoli bianchi più piccoli e i relativi lati.
7		In modalità <i>Muovi</i> selezionare e deselegionare la casella di controllo per verificare se il terzo livello del Triangolo di Sierpinski viene mostrato / nascosto.



- Livello 1
- Livello 2
- Livello 3



- Livello 1
- Livello 2
- Livello 3



5. Introduzione alle successioni

GeoGebra offre il comando *Successione*, che genera una lista di oggetti. Il tipo di oggetto, la lunghezza della successione (cioè il numero di oggetti creati) e l'incremento (ad es. la distanza tra gli oggetti) possono essere definiti sfruttando la sintassi del comando:

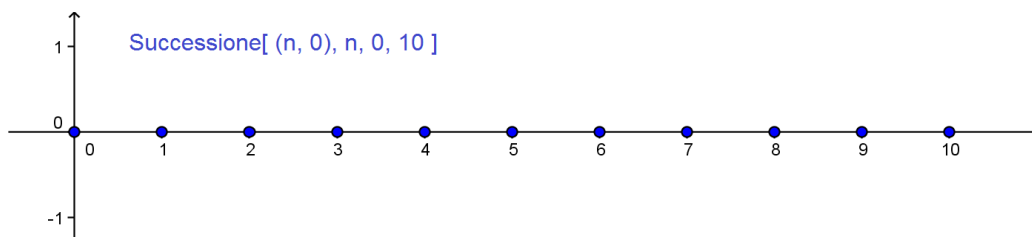
```
Successione[<espressione>, <variabile>, <valore iniziale>,
<valore finale>, <incremento>]
```

Spiegazione:

- **<espressione>:**
Definisce il tipo di oggetti creati. L'espressione deve contenere una variabile (ad es. $(i, 0)$ con variabile i).
- **<variabile>:**
Indica a GeoGebra il nome della variabile utilizzata.
- **<valore iniziale>, <valore finale>:**
Determinano l'intervallo relativo alla variabile (ad es. da 1 a 10).
- **<incremento>:**
Questo parametro è facoltativo, e definisce l'ampiezza dell'incremento della variabile (ad es. 0.5).

Esempi di successione

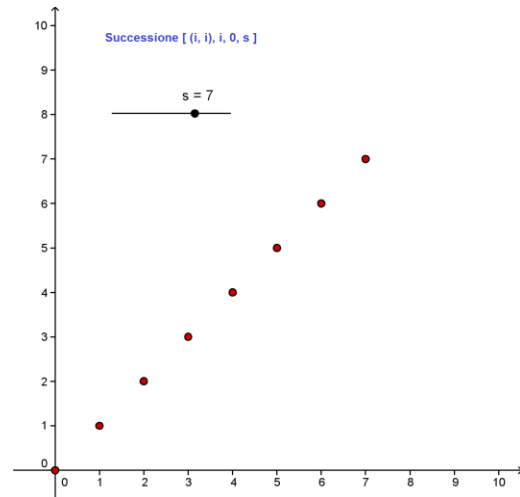
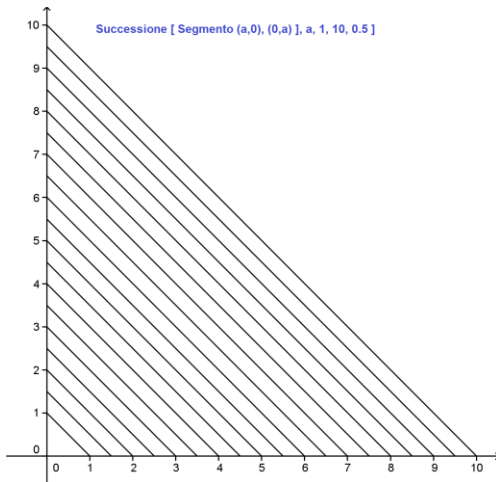
- `Successione[(n, 0), n, 0, 10]`
 - Crea una lista di 11 punti appartenenti all'asse delle ascisse.
 - I punti hanno coordinate $(0, 0)$, $(1, 0)$, $(2, 0)$, ..., $(10, 0)$.



- `Successione[Segmento[(a, 0), (0, a)], a, 1, 10, 0.5]`
 - Crea una lista di segmenti con distanza 0.5.
 - Ogni segmento unisce un punto sull'asse delle ascisse con un punto sull'asse delle ordinate (ad es. i punti $(1, 0)$ e $(0, 1)$; i punti $(2, 0)$ e $(0, 2)$).




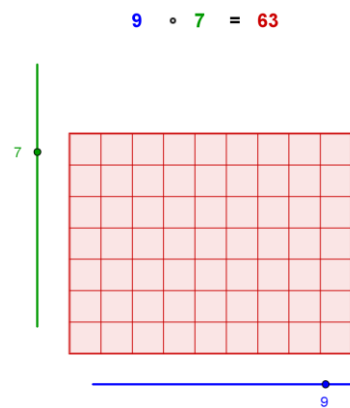
- Se s è uno slider con intervallo da 1 a 10 e incremento 1, allora il comando `Successione[(i, i), i, 0, s]`:
 - crea una lista di $s + 1$ punti, la cui lunghezza può essere modificata dinamicamente muovendo lo slider s .
 - I punti hanno coordinate $(0, 0), (1, 1), \dots, (10, 10)$






6. Visualizzare il prodotto di numeri naturali

Prima di tutto

- Aprire una nuova finestra di GeoGebra.
- Selezionare *Raccolta Viste* –  *Geometria*.
- Mostrare la barra di inserimento (menu *Visualizza*).
- Nel menu *Opzioni* impostare l'*Etichettatura* in *Tutti i nuovi oggetti*.



Processo di costruzione

1	 $a = 2$	Creare uno slider orizzontale <i>Colonne</i> , numero intero con <i>Intervallo</i> da 1 a 10, <i>Incremento</i> 1 e <i>Larghezza</i> 300.
2	 A	Creare un punto A.
3	 a	Costruire il segmento a, con punto iniziale A e avente lunghezza <i>Colonne</i> .



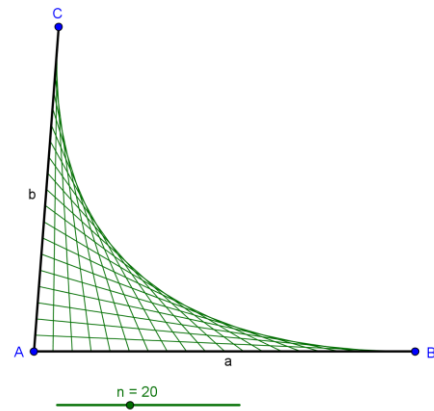
4		Muovere lo slider <i>Colonne</i> e controllare la lunghezza del segmento.
5		Costruire la retta <i>b</i> perpendicolare al segmento <i>a</i> , passante per il punto <i>A</i> .
6		Costruire la retta <i>c</i> perpendicolare al segmento <i>a</i> , passante per il punto <i>B</i> .
7		Creare uno slider verticale <i>Righe</i> , numero intero, con <i>Intervallo</i> da 1 a 10, <i>Incremento</i> 1 e <i>Larghezza</i> 300.
8		Creare la circonferenza <i>d</i> di centro <i>A</i> e raggio <i>Righe</i> .
9		Muovere lo slider <i>Righe</i> e controllare l'ampiezza del raggio della circonferenza.
10		Intersecare la circonferenza <i>d</i> e la retta <i>c</i> per ottenere il punto di intersezione <i>C</i> .
11		Creare una retta <i>e</i> parallela al segmento <i>a</i> , passante per il punto di intersezione <i>C</i> .
12		Intersecare le rette <i>c</i> , <i>e</i> per ottenere il punto di intersezione <i>D</i> .
13		Costruire il poligono <i>ABDC</i> .
14		Nascondere tutte le rette, la circonferenza <i>d</i> e il segmento <i>a</i> .
15		Nascondere le etichette dei segmenti (<i>barra di stile</i>)
16		Impostare i valori degli slider <i>Colonne</i> e <i>Righe</i> nel valore 10.
17		<p>Creare una lista di segmenti verticali.</p> <p>Successione[Segmento[A+i(1,0), C+i(1,0)], i,1, Colonne]</p> <p><u>Nota:</u></p> <p>$A + i(1, 0)$ indica una successione di punti con punto iniziale <i>A</i> e distanti tra loro 1.</p> <p>$C + i(1, 0)$ indica una successione di punti con punto iniziale <i>C</i> e distanti tra loro 1.</p> <p>Segmento[A + i(1, 0), C + i(1, 0)] crea una lista di segmenti tra tali coppie di punti. I vertici dei segmenti non vengono visualizzati nella <i>Vista Grafica</i>.</p> <p>Lo slider <i>Colonne</i> definisce il numero di segmenti creati.</p>
18		<p>Creare una lista di segmenti orizzontali.</p> <p>Successione[Segmento[A+i(0,1), B+i(0,1)], i, 1, Righe]</p>
19		Muovere gli slider <i>Colonne</i> e <i>Righe</i> per verificare la costruzione.



20	ABC	Inserire del testo statico e dinamico che mostri l'aritmetica del prodotto, utilizzando i valori degli slider <i>Colonne</i> e <i>Righe</i> come fattori: <i>testo1</i> : Colonne <i>testo2</i> : * <i>testo3</i> : Righe <i>testo4</i> : =
21		Calcolare il <i>risultato</i> del prodotto: $\text{risultato} = \text{Colonne} * \text{Righe}$
22	ABC	Inserire il testo dinamico <i>testo5</i> : risultato
23		Nascondere i punti <i>A</i> , <i>B</i> , <i>C</i> e <i>D</i> .
24		Perfezionare la costruzione utilizzando la <i>barra di stile</i> .

7. Sfida del giorno: l'arte dei fili tesi e le curve di Bézier

Le curve di Bézier sono curve parametriche molto utilizzate in computer grafica, ad esempio per la creazione dei caratteri vettoriali. Ora proveremo a creare dei grafici che illustrano l'arte dei fili tesi, basati sulle curve di Bézier.






Prima di tutto

- Aprire una nuova finestra di GeoGebra.
- Selezionare *Raccolta Viste* – *Geometria*.
- Mostrare la barra di inserimento (*Visualizza* menu).
- Nel menu *Opzioni* impostare l'*Etichettatura* in *Tutti i nuovi oggetti*.

Processo di costruzione

1		Creare il segmento <i>a</i> di vertici <i>A</i> e <i>B</i> .
2		Creare il segmento <i>b</i> di vertici <i>A</i> e <i>C</i> .
3		Creare uno slider per il numero <i>n</i> con <i>Intervallo</i> da 0 a 50, <i>Incremento</i> 1 e <i>Larghezza</i> 200.
4		Digitare $\text{Successione}[A + i/n (B - A), i, 1, n]$.

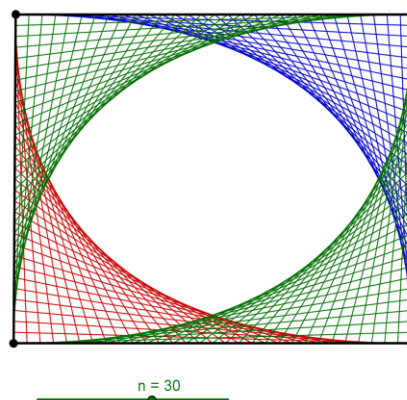


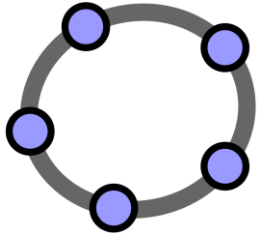
	<u>Suggerimento</u> : Questa successione crea una lista di n punti lungo il segmento AB , aventi distanza tra loro pari a $1/n$ -esimo della lunghezza del segmento a .
5	Digitare <code>Successione[A + i/n (C - A), i, 1, n]</code> . <u>Suggerimento</u> : Questa successione crea una lista di n punti lungo il segmento AC , aventi distanza tra loro pari a $1/n$ -esimo della lunghezza del segmento b .
6	 Nascondere entrambe le liste di punti.
7	Creare una lista di segmenti. <code>Successione[Segmento[Elemento[lista1, i], Elemento[lista2, n-i]], i, 1, n]</code> <u>Suggerimento</u> : Questi segmenti uniscono il primo e l'ultimo, il secondo e il penultimo, ..., l'ultimo e il primo punto di <i>lista1</i> e <i>lista2</i> .
8	Perfezionare la costruzione utilizzando la finestra di dialogo <i>Proprietà</i> .
9	 Muovere i punti A , B e C per modificare la forma della curva di Bézier.
10	 Muovere il cursore dello slider n per modificare il numero di segmenti che definiscono la curva di Bézier.

Nota: I segmenti creati sono le tangenti a una curva di Bézier del secondo ordine.

Esercizio

Creare altri grafici basati sull'arte dei fili tesi' con GeoGebra, utilizzando successioni di punti e segmenti.







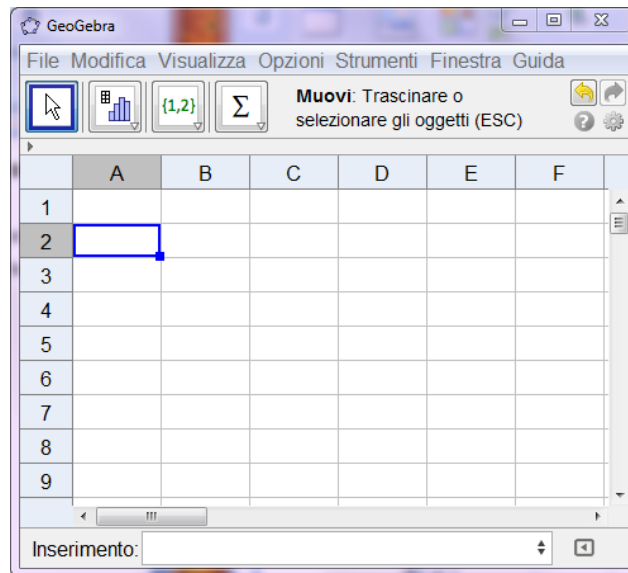
Vista Foglio di calcolo e concetti base di statistica

Materiale 9 per seminari GeoGebra



1. Introduzione alla Vista Foglio di calcolo di GeoGebra

Per aprire la *Vista Foglio di calcolo* selezionare  *Foglio di calcolo e grafici* nella Raccolta strumenti oppure selezionare  *Foglio di calcolo* nel menu Visualizza.




Inserimento nelle celle del Foglio di calcolo

Nella *Vista Foglio di calcolo* di GeoGebra ciascuna cella ha un **nome specifico** che ne consente l'indirizzamento diretto. Ad esempio, la cella nella colonna A e riga 1 ha nome *A1*.

Nota: Tali nomi di cella possono essere utilizzati all'interno di espressioni e comandi per un corretto indirizzamento del contenuto alla cella corrispondente.


Nelle celle del foglio di calcolo è possibile **inserire** non solo numeri, ma anche **ogni tipo di oggetti matematici** supportati da GeoGebra (ad es. coordinate di punti, funzioni, comandi). Se possibile, GeoGebra visualizza immediatamente nella *Vista Grafica* la rappresentazione grafica dell'oggetto inserito in una cella del foglio di calcolo. Il nome dell'oggetto nella *Vista Grafica* sarà il nome della cella del foglio di calcolo utilizzata per la sua creazione (ad es. *A5*, *C1*).

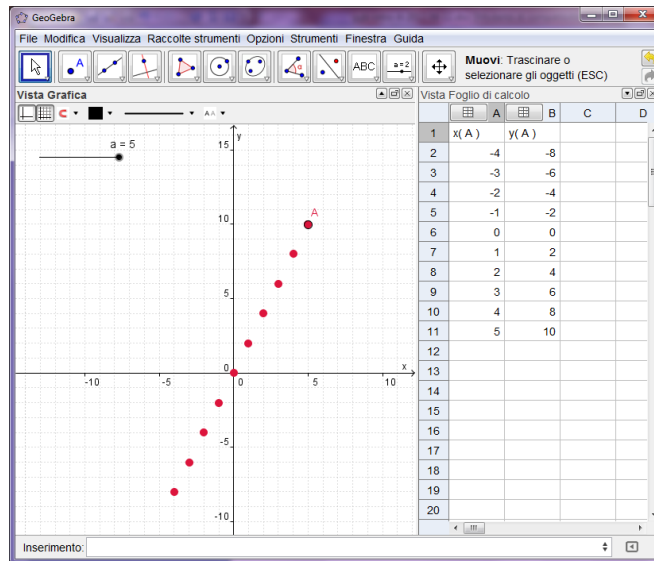
Nota: Per impostazione predefinita, gli oggetti del foglio di calcolo sono classificati come oggetti ausiliari nella *Vista Algebra*, e non sono visibili in essa a meno di selezionare  *Oggetti ausiliari* nella *barra di stile* della *Vista Algebra*.



2. L'opzione Registra sul foglio di calcolo

Prima di tutto



- Aprire una nuova finestra di GeoGebra.
- Selezionare *Raccolta Viste* –  *Foglio di calcolo e grafici*.
- Mostrare la barra di inserimento (menu *Visualizza*).








Introduzione di un nuovo strumento



Processo di costruzione

1		Creare uno slider a con <i>Intervallo</i> predefinito e <i>Incremento</i> 1.
2	$A = (a, 2a)$	Creare il punto A digitando $A = (a, 2a)$ nella <i>barra di inserimento</i> . <u>Suggerimento</u> : Il valore dello slider a definisce l' <i>ascissa</i> del punto A , mentre l' <i>ordinata</i> è un multiplo di tale valore.
3	AA	Mostrare l'etichetta del punto A nella <i>Vista Grafica</i> .
4		Modificare il valore dello slider a per esaminare le diverse posizioni assunte dal punto A .



5		<p>Utilizzare gli strumenti <i>Muovi Vista Grafica</i>, <i>Zoom avanti</i> e <i>Zoom indietro</i> per adattare la porzione visibile della <i>Vista Grafica</i> in modo da rendere il punto <i>A</i> visibile in tutte le relative posizioni.</p>
6		<p>Attivare la traccia del punto <i>A</i>.</p> <p><u>Suggerimento:</u> Fare clic con il tasto destro del mouse (MacOS: <i>Ctrl</i>-clic) sul punto <i>A</i> e selezionare <i>Traccia attiva</i> nel menu contestuale visualizzato.</p>
7		<p>Modificare il valore dello slider <i>a</i> per esaminare la traccia del punto <i>A</i> al variare dello slider.</p>
8		<p>Impostare il valore dello slider <i>a</i> uguale a -5.</p>
9		<p>Registrare nel foglio di calcolo le coordinate relative alle diverse posizioni del punto <i>A</i>:</p> <p>(1) Selezionare lo strumento <i>Registra sul foglio di calcolo</i> quindi fare clic sul punto <i>A</i> per evidenziarlo.</p> <p><u>Nota:</u> Le coordinate relative alla posizione attuale del punto <i>A</i> vengono immediatamente indicate nelle celle <i>A1</i> (<i>ascissa</i>) e <i>B1</i> (<i>ordinata</i>) del foglio di calcolo.</p> <p>(2) Modificare il valore dello slider <i>a</i> per registrare nel foglio di calcolo le coordinate di tutte le altre possibili posizioni del punto <i>A</i>.</p> <p><u>Nota:</u> Non attivare un altro strumento prima di muovere lo slider.</p>

Attività


Attività 1: Esaminare il comportamento delle ordinate nella colonna B

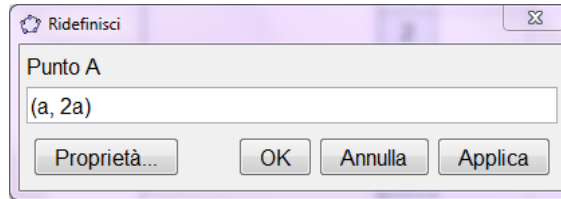
Consegnate questa costruzione ai vostri studenti e invitateli ad esplorare i dati presenti nella colonna *B*, che contiene le *ordinate* relative alle diverse posizioni assunte dal punto *A*. Incoraggiate gli studenti a formulare una previsione relativa al grafico di una possibile funzione passante per tutte le diverse posizioni di *A*. Fate digitare l'espressione relativa a tale funzione nella *barra di inserimento*, in modo che possano verificare immediatamente la correttezza della loro previsione (ad es. uno studente potrebbe digitare $f(x) = 2x$ per creare una retta passante per tutti i punti).



Attività 2: Creare un nuovo problema

Modificare l'*ordinata* del punto *A* per creare un nuovo problema:


- Fare doppio clic sul punto *A* in modalità  *Muovi* per aprire la finestra di dialogo *Ridefinisci*.

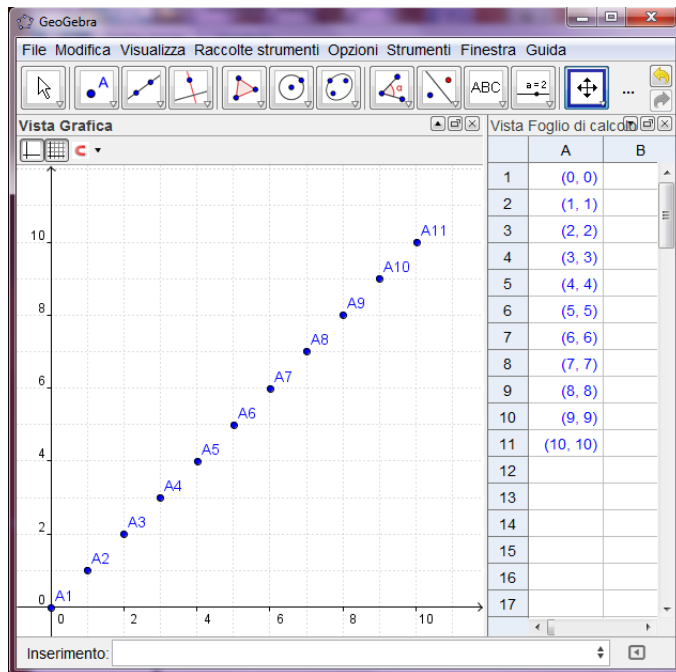


- Modificare l'*ordinata* del punto *A*, ad esempio nel valore a^2 .
 - Utilizzare la *barra di stile* per modificare il colore o le dimensioni di *A*.
 - Ripetere i passi da 7 a 9 delle precedenti istruzioni per registrare nel foglio di calcolo le coordinate assunte dalle nuove posizioni del punto *A*.
- Nota: Se i valori precedentemente presenti nelle colonne *A* e *B* non sono stati cancellati, GeoGebra utilizza automaticamente le due colonne vuote successive (ad es. la colonne *C* e *D*) per registrare i nuovi valori di *ascissa* e *ordinata*.

3. Copia relativa ed equazioni lineari

Prima di tutto

- Aprire una nuova finestra di GeoGebra.
- Selezionare *Raccolta Viste* –  *Foglio di calcolo e grafici*.
- Mostrare la barra di inserimento (menu *Visualizza*).



Processo di costruzione

1		Attivare lo strumento <i>Muovi Vista Grafica</i> e trascinare l'origine del sistema di coordinate vicino all'angolo in basso a sinistra della <i>Vista Grafica</i> .
2	(0, 0)	Nella <i>Vista Foglio di calcolo</i> , fare clic sulla cella A1 e inserire il punto di coordinate (0, 0).
3	(1, 1)	Nella <i>Vista Foglio di calcolo</i> , fare clic sulla cella A2 e inserire il punto di coordinate (1, 1).
4		Mostrare le etichette di entrambi i punti nella <i>Vista Grafica</i> .
5		Fare una copia relativa delle coordinate inserite nelle altre celle della colonna A: (1) Selezionare le celle A1 e A2 con il mouse. (2) Fare clic sul quadratino presente nell'angolo in basso a destra dell'intervallo di celle selezionato. (3) Mantenere premuto il pulsante del mouse e trascinare il puntatore fino alla cella A11.
6	 	Utilizzare gli strumenti <i>Muovi Vista Grafica</i> , <i>Zoom avanti</i> e <i>Zoom indietro</i> per adattare la porzione visibile della <i>Vista Grafica</i> in modo da rendere visibili tutti i punti.



Attività

Attività 1: Esaminare le coordinate della successione di punti

Quale successione di numeri è stata creata applicando la 'copia relativa' nella *Vista Foglio di calcolo* come precedentemente descritto?

Suggerimento: Esaminare le *ascisse* di tutti i punti creati e formulare una congettura sul legame esistente tra queste, quindi verificare la congettura utilizzando le *ordinate* dei punti.

Attività 2: Determinare l'equazione corrispondente

Provare a determinare un'equazione il cui grafico passi per tutti i punti della successione. Inserire tale equazione nella *barra di inserimento* per verificare l'ipotesi formulata.


Attività 3: Creare un nuovo problema



Modificare le coordinate dei punti iniziali per creare una successione di punti che possa essere studiata dagli studenti.

Versione 1: Modificare i punti iniziali nella *Vista Foglio di calcolo*

Fare doppio clic nella cella *A2* e modificare le coordinate del punto corrispondente in $(1, 2)$. Dopo avere premuto il tasto *Invio*, tutti i punti dipendenti dal punto *A2* si adatteranno automaticamente alla modifica, sia nella *Vista Foglio di calcolo* che nella *Vista Grafica*.

Versione 2: Modificare i punti iniziali nella *Vista Grafica*

Attivare lo strumento  *Muovi* e trascinare il punto *A2* in una diversa posizione nel sistema di coordinate considerato. Tutti i punti dipendenti da esso si adatteranno dinamicamente in tempo reale alla modifica, sia nella *Vista Grafica* che nella *Vista Foglio di calcolo*.

Nota: Per restringere le coordinate dei punti all'insieme dei numeri interi, basta modificare l'opzione  *Cattura punto* in *Vincola alla griglia*. È possibile visualizzare la  *Griglia* delle coordinate tramite la *barra di stile*.

Suggerimento: Modificando anche le coordinate del punto *A1* è possibile creare problemi che si riferiscono ad equazioni lineari del tipo $y = m x + q$ che non sono passanti per l'origine del sistema.

4. Esaminare le relazioni tra numeri

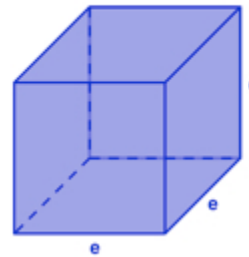
Ora esamineremo come la superficie di un cubo varia rispetto alla lunghezza dello spigolo.



Prima di tutto con carta e penna

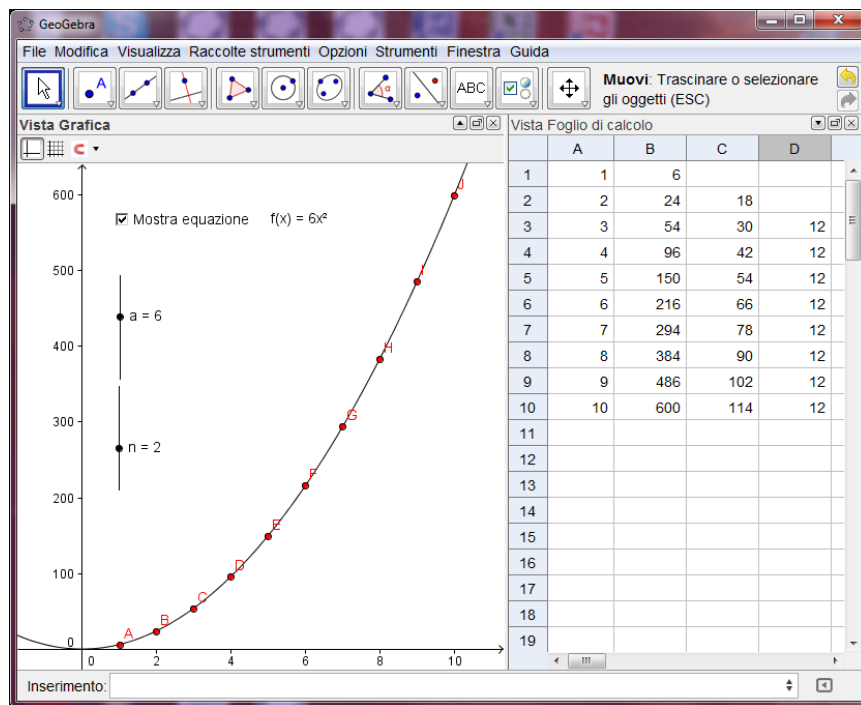
Calcolare la superficie di un cubo di spigolo e . Utilizzare almeno due lunghezze diverse per lo spigolo in ciascuna tabella, ma scegliere valori diversi da quelli utilizzati dal vostro vicino.

Lato	Superf.	Lato	Superf.
1		6	
2		7	
3		8	
4		9	
5		10	



Prima di tutto in GeoGebra


- Aprire una nuova finestra di GeoGebra.
- Selezionare *Raccolta Viste* – *Foglio di calcolo e grafici*.
- Mostrare la barra di inserimento (menu *Visualizza*).
- Nel menu *Opzioni* impostare l'*Etichettatura* in *Solo nuovi punti*.





Processo di costruzione

Creare un grafico di dispersione a partire dai dati

1	<p>Digitare i seguenti numeri nelle celle della colonna <i>A</i> del foglio di calcolo:</p> <p><i>A1:</i> 1 <i>A2:</i> 2</p>
2	<p>Selezionare le celle <i>A1</i> e <i>A2</i>. Fare una copia relativa dei valori fino alla cella <i>A10</i> in modo da creare una successione di lunghezze dello spigolo del cubo.</p> <p><u>Suggerimento:</u> Verranno creati tutti gli interi da 1 a 10.</p>
3	<p>Nella cella <i>B1</i>, inserire la formula per il calcolo della superficie utilizzando il riferimento alla cella <i>A1</i> per la lunghezza dello spigolo del cubo.</p> <p><u>Suggerimento:</u> Dopo avere inserito il simbolo di =, basta fare clic sulla cella <i>A1</i> per inserirne il nome nella cella <i>B1</i> attiva.</p>
4	<p>Selezionare la cella <i>B1</i> e fare una copia relativa della formula fino alla cella <i>B10</i>.</p>
5	<p>Creare un grafico di dispersione a partire da questi dati:</p> <p>(1) Selezionare con il mouse tutte le celle delle colonne <i>A</i> e <i>B</i> contenenti numeri.</p> <p>(2) Fare clic con il tasto destro del mouse (MacOS: <i>Ctrl</i>-clic) su una delle celle selezionate e selezionare <i>Crea...Lista di punti</i> nel menu contestuale visualizzato.</p> <p><u>Nota:</u> I valori nella colonna <i>A</i> indicano le <i>ascisse</i> e i valori nella colonna <i>B</i> indicano le <i>ordinate</i> dei punti del grafico.</p> <p><u>Suggerimento:</u> I punti creati a partire dai dati sono visualizzati nella <i>Vista Algebra</i> come lista di punti. Per impostazione predefinita, GeoGebra chiama questa lista L_1.</p>
6	<p> Utilizzare lo strumento <i>Muovi la Vista Grafica</i> per modificare la scala dell'asse <i>y</i> in modo tale che tutti i punti siano visibili nella <i>Vista Grafica</i>.</p> <p><u>Suggerimento:</u> Selezionare lo strumento <i>Muovi la Vista Grafica</i>. Fare clic sull'asse <i>y</i> e trascinare verso il basso fino a visualizzare il numero 600.</p>



Esaminare le relazioni tra i numeri della colonna B




7	Nella cella C2, digitare la formula $=B2-B1$ che calcola la differenza tra due valori successivi di superfici.
8	Selezionare la cella C2 e fare una copia relativa della formula fino alla cella C10.
9	Nella cella D3, digitare la formula $=C3-C2$ che calcola la differenza tra due differenze successive.
10	Selezionare la cella D3 e fare una copia relativa della formula fino alla cella D10.

Attività 1

Esaminare le successioni di numeri presenti nelle colonne C e D. Formulare una congettura relativamente a quale funzione polinomiale passa per tutti i punti presenti nella *Vista Grafica*, e quindi consente il calcolo della superficie di un cubo di spigolo e .




- È possibile determinare il grado di tale polinomio esaminando le successioni delle differenze generate nelle colonne C e D?
- Spiegare al collega vicino a voi il significato del calcolo di queste differenze successive.
- È possibile determinare il coefficiente principale del polinomio esaminando le successioni delle differenze generate nelle colonne C e D?
- Otterremmo gli stessi risultati se i valori nella colonna A non fossero interi successivi (ad es. 1, 3, 5,...)? Spiegare la risposta.

Verificare la congettura relativa al polinomio

11	 Creare uno slider n con <i>Intervallo</i> da 0 a 5 e <i>Incremento</i> 1. Modificare l'orientamento dello slider da <i>Orizzontale</i> a <i>Verticale</i> (scheda <i>Slider</i>).
12	 Creare uno slider a con <i>Intervallo</i> da 0 a 10 e <i>Incremento</i> 1. Modificare l'orientamento dello slider da <i>Orizzontale</i> a <i>Verticale</i> (scheda <i>Slider</i>).
13	Digitare la funzione polinomiale $f(x) = a * x^n$ di grado n con coefficiente a . <u>Nota:</u> Sia il grado n che il coefficiente a possono essere modificati utilizzando gli slider corrispondenti.
14	 Modificare i valori degli slider a e n in modo da verificare la congettura. Il grafico della funzione polinomiale passa per tutti i punti presenti nella <i>Vista Grafica</i> ?



Perfezionare la costruzione

15	ABC	<p>Inserire l'equazione della funzione polinomiale come testo dinamico nella <i>Vista Grafica</i>.</p> <p><u>Suggerimento:</u> Selezionare lo strumento <i>Inserisci testo</i> e fare clic nella <i>Vista Grafica</i> per aprire la relativa finestra di dialogo.</p> <p>(1) Digitare $f(x) =$ nel campo <i>Modifica</i> della finestra di dialogo.</p> <p>(2) Fare clic sul grafico della funzione per inserirne il valore dinamico nell'espressione.</p> <p><u>Nota:</u> GeoGebra completa automaticamente la sintassi per i testi dinamici.</p> <p>(3) Fare clic sul pulsante <i>OK</i>.</p>
16		<p>Inserire una casella di controllo che consente di mostrare / nascondere l'equazione della funzione polinomiale.</p> <p><u>Suggerimento:</u> Selezionare lo strumento <i>Casella di controllo per mostrare / nascondere oggetti</i> e fare clic sulla <i>Vista Grafica</i> per aprire la finestra di dialogo della casella di controllo.</p> <p>(1) Inserire la legenda <i>Mostra equazione</i>.</p> <p>(2) Fare clic sulla freccina per aprire l'elenco degli oggetti disponibili.</p> <p>(3) Selezionare <i>testo1</i> nell'elenco e fare clic sul pulsante <i>Applica</i>.</p>
17		<p>Attivare lo strumento <i>Muovi</i> e verificare se la casella di controllo controlla la visibilità del testo.</p>
18		<p>Aprire la finestra di dialogo <i>Proprietà</i> e perfezionare la visualizzazione degli oggetti nella <i>Vista Grafica</i> (ad es. modificare il colore della funzione e dei punti, fare corrispondere il colore del testo e della relativa funzione polinomiale, fissare la posizione dello slider, della casella di controllo e del testo nella <i>Vista Grafica</i>).</p>


Attività 2

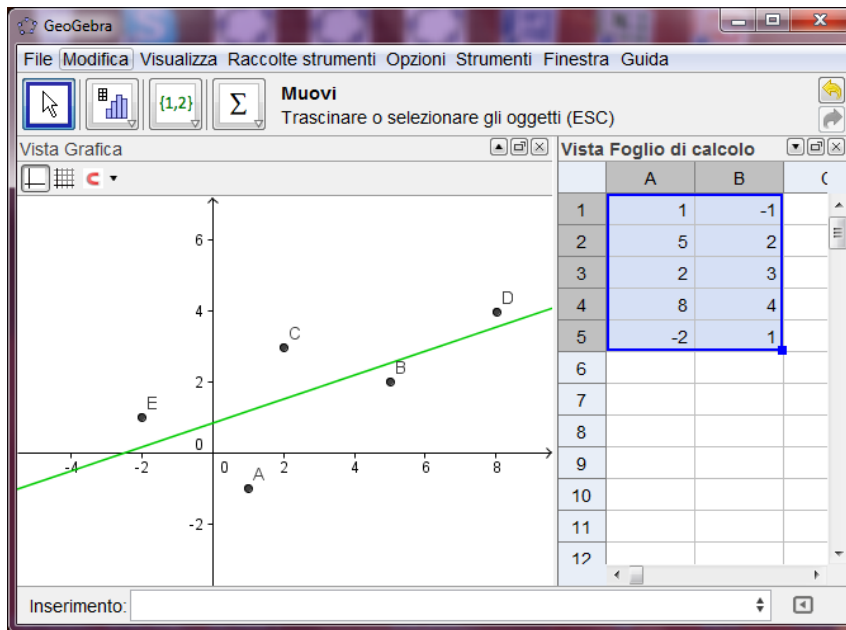
- Verificare se questa modalità di studio tramite la successione delle differenze di due valori successivi della funzione è applicabile a tutte le funzioni polinomiali del tipo $f(x) = a x^n$.
Suggerimento: Per creare una lista di valori di una funzione basta inserire una formula nella cella *B1* e fare una copia relativa fino alla cella *B10*. La formula deve essere preceduta da un simbolo di uguale (ad es. $= x^2$).
- Quali modifiche vanno apportate alla *Vista Foglio di calcolo* e alla *Vista Grafica* per determinare le costanti delle funzioni polinomiali del tipo $f(x) = a x^n + b$?



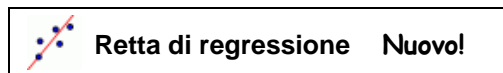
5. Grafico di dispersione e retta di regressione

Prima di tutto

- Aprire una nuova finestra di GeoGebra.
- Selezionare *Raccolta Viste* –  *Foglio di calcolo e grafici*.
- Mostrare la barra di inserimento (menu *Visualizza*).
- Nel menu *Opzioni* impostare l'*Etichettatura* in *Solo nuovi punti*.





Introduzione di un nuovo strumento



Processo di costruzione


1	Inserire i seguenti numeri nelle celle della colonna A del foglio di calcolo: A1: 1 A2: 5 A3: 2 A4: 8 A5: -2
2	Inserire i seguenti numeri nelle celle della colonna B del foglio di calcolo: B1: -1 B2: 2 B3: 3 B4: 4 B5: 1



3		<p>Creare un grafico di dispersione a partire dai dati:</p> <p>(1) Utilizzare il mouse per selezionare tutte le celle delle colonne <i>A</i> e <i>B</i> contenenti numeri.</p> <p>(2) Fare clic con il tasto destro del mouse (MacOS: <i>Ctrl</i>-clic) su una delle celle selezionate e selezionare <i>Crea... Lista di punti</i> nel menu contestuale visualizzato.</p> <p><u>Nota:</u> I valori nella colonna <i>A</i> definiscono le <i>ascisse</i>, mentre i valori nella colonna <i>B</i> definiscono le <i>ordinate</i> dei punti del grafico.</p>
4		<p>Utilizzare lo strumento <i>Retta di regressione</i> per creare la retta che approssima al meglio i punti indicati nei dati.</p> <p><u>Suggerimento:</u> Attivare lo strumento <i>Retta di regressione</i> e selezionare tutti i punti necessari utilizzando un rettangolo di selezione: fare clic nell'angolo in alto a sinistra della <i>Vista Grafica</i>, quindi mantenere premuto il tasto del mouse e muovere il puntatore nell'angolo in basso a destra della <i>Vista Grafica</i> per definire il rettangolo di selezione.</p>
5		<p>Modificare il colore e lo spessore della retta utilizzando la <i>barra di stile</i>.</p>
6		<p>Utilizzando questa costruzione è possibile dimostrare gli effetti delle anomalie statistiche sulla retta di regressione di un insieme di dati:</p> <p>Trascinare con il mouse uno dei punti, quindi analizzare come tale modifica influisce sulla retta di regressione.</p> <p><u>Suggerimento:</u> È inoltre possibile modificare i dati iniziali direttamente nella <i>Vista Foglio di calcolo</i>.</p>

Importare dati da altri fogli di calcolo

Nota: GeoGebra consente l'operazione di copia-incolla dei dati da un foglio di calcolo creato on un software diverso al foglio di calcolo di GeoGebra:

- Selezionare e copiare i dati da importare (ad es. utilizzare la combinazione di tasti *Ctrl-C* per copiare i dati negli *Appunti* del computer).
- Aprire una finestra di GeoGebra e attivare la *Vista Foglio di calcolo*.
- Fare clic sulla cella del foglio di calcolo che dovrà contenere il primo dato copiato.
- Incollare i dati dagli *Appunti* del computer alla *Vista Foglio di calcolo* di GeoGebra (ad es. utilizzando la combinazione di tasti *Ctrl-V* o in MacOS: *Cmd-V*) o fare clic con il tasto destro del mouse (MacOS: *Ctrl*-clic) sulla cella selezionata, quindi selezionare  *Incolla*).



6. Sfida del giorno: Esplorare i comandi di base di statistica

Ieri avete assegnato un quiz a una classe di 25 studenti. In seguito avete chiesto ai vostri studenti di valutare la difficoltà del quiz, utilizzando una scala da 1 ('molto facile') a 5 ('molto difficile').

- 4 studenti hanno giudicato il quiz 'molto facile' (1)
- 6 studenti hanno giudicato il quiz 'facile' (2)
- 6 studenti hanno giudicato il quiz 'difficile' (4)
- 1 studente ha giudicato il quiz 'molto difficile' (5)
- Il resto degli studenti ha giudicato il test 'ok' (3).

Obiettivo 1: Creare un istogramma

Inserire i dati nella *Vista Foglio di calcolo* di GeoGebra e creare un istogramma che visualizzi tali dati.

Suggerimenti:

- Se non si conoscono le modalità di utilizzo del comando *Istogramma*, digitare il comando nella *barra di inserimento* e premere il pulsante *F1*.
Nota: Gli *estremi delle classi* determinano la posizione e la larghezza delle barre dell'istogramma. Il numero degli studenti che hanno giudicato la difficoltà del quiz in ciascuna classe di difficoltà definisce l'altezza delle barre dell'istogramma.
- Scegliere gli estremi delle classi in modo tale che ogni valutazione sia visualizzata a metà di ciascuna barra dell'istogramma.
- È necessario creare la lista dei dati di ogni colonna prima di utilizzare il comando *Istogramma*
Nota: Selezionare tutti i numeri di una colonna e fare clic con il tasto destro del mouse (MacOS: *Ctrl*-clic) su una delle celle selezionate, quindi selezionare *Crea... Lista* nel menu contestuale visualizzato.

Obiettivo 2: Determinare media, mediana e moda

1. Calcolare autonomamente media, mediana e moda dei dati collezionati.
Suggerimento: Il comando *Ordina* riorganizza la lista delle frequenze degli studenti che hanno giudicato il quiz secondo le varie categorie in ordine crescente .
1. Verificare i valori appena calcolati utilizzando i comandi *Media*, *Mediana* e *Moda*.



GeoGebra

File Modifica Visualizza Raccolte strumenti Opzioni Strumenti Finestra Guida

Muovi: Trascinare o selezionare gli oggetti (ESC)

Vista Algebra

Oggetti liberi

Oggetti dipendenti

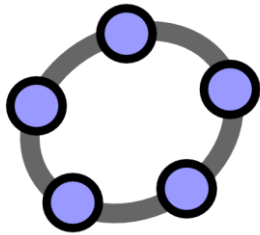
- $a = 25$
- lista1 = {0.5, 1.5, 2.5, 3.5, 4.5, 5.5}
- lista2 = {4, 6, 8, 6, 1}
- media = 5
- mediana = 6
- moda = {6}

Vista Grafica

Vista Foglio di calcolo

	A	B
1	0.5	
2	1.5	4
3	2.5	6
4	3.5	8
5	4.5	6
6	5.5	1
7		
8		
9		
10		
11		
12		
13		
14		
15		

Inserimento:



***Vista CAS* – Calcolo simbolico e comandi specifici CAS**

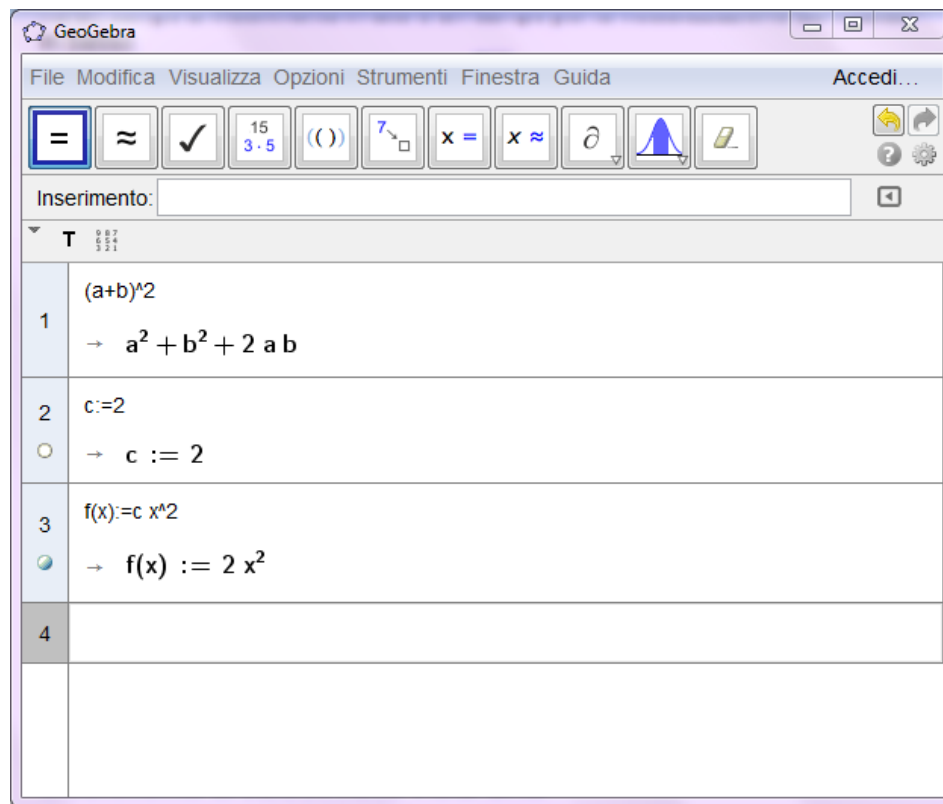
Materiale 10 per seminari GeoGebra



1. Introduzione alla Vista CAS di GeoGebra

La *Vista CAS* offre l'accesso al CAS (Computer Algebra System) di GeoGebra dedicato al calcolo simbolico. La Vista è suddivisa in righe, ciascuna delle quali ha un campo di inserimento in alto e un campo per la visualizzazione dei risultati in basso.

Per aprire la *Vista CAS* selezionare  *CAS e grafici* nella barra laterale *Raccolta Viste*, oppure selezionare  *Vista CAS* nel menu *Visualizza*.





Inserimento di calcoli nella Vista CAS

L'inserimento dei calcoli è intuitivo: se si vuole inserire un'equazione basta semplicemente digitarla, utilizzando l'usuale simbolo di uguale = tra i due membri.

La barra degli strumenti CAS dispone di tre strumenti per la valutazione dell'espressione inserita:

-  “*Calcola*” calcola e semplifica l'espressione inserita in modo simbolico













-  “Numerico” calcola numericamente l’inserimento e restituisce il risultato in notazione decimale
-  “Mantieni inserimento” memorizza l’inserimento senza modificarlo.

“Mantieni inserimento” è uno strumento fondamentale se non si desidera visualizzare la semplificazione automatica dell’espressione inserita, ad esempio quando si introduce la manipolazione algebrica delle espressioni. Inoltre rende possibile la selezione di una parte dell’inserimento e la successiva applicazione di un comando o uno strumento alla selezione.

La modalità di inserimento delle espressioni nella *Vista CAS* è analoga a quella utilizzata nella *barra di inserimento*, tranne che per le seguenti differenze:

- È possibile utilizzare variabili non precedentemente definite. Ad esempio, inserendo $(a + b)^2$ si ottiene $a^2 + 2ab + b^2$ se a e b sono variabili libere.
- È necessario utilizzare il simbolo di *uguale* “=” per le equazioni, e *due punti uguale* “:=” per le assegnazioni. Quindi $c = 2$ è un’equazione, mentre $c := 2$ assegna il valore 2 alla variabile c .

Strumenti della Vista CAS di GeoGebra

	Calcola	Nuovo!		Sostituisci	Nuovo!
	Numerico	Nuovo!		Risolvi	Nuovo!
	Mantieni inserimento	Nuovo!		Risolvi numericamente	Nuovo!
	Fattorizza	Nuovo!		Derivata	Nuovo!
	Sviluppa	Nuovo!		Integrale	Nuovo!

Inserimento di base

- *Invio*: Valuta simbolicamente l’inserimento, ad es. $3/4 a - 1/4 a$ restituisce $1/2 a$.
- *Ctrl + Invio*: Valuta numericamente l’inserimento, ad es. $3/4$ restituisce 0.75 .
- *Alt - Invio*: Verifica l’inserimento ma non effettua calcoli, ad es. $b + b$ rimane $b + b$. Si noti che le assegnazioni sono valide indipendentemente dallo strumento selezionato, cioè *Mantieni inserimento* assegna comunque il secondo membro all’etichetta, variabile o funzione inserita, pur non valutandola simbolicamente o numericamente.
- In una riga vuota:
 - premendo la *barra spaziatrice* si ottiene l’ultimo risultato
 - digitando $)$ si ottiene l’ultimo risultato racchiuso tra parentesi
 - digitando $=$ si ottiene l’ultimo inserimento



- Per non visualizzare il risultato di una riga, digitare un punto e virgola al termine dell'inserimento, ad es. $a := 5;$


È possibile fare riferimento ai contenuti delle altre righe della *Vista CAS* in due modi:

- Un riferimento di riga statico copia il risultato e **non** viene aggiornato se la riga cui si fa riferimento viene successivamente modificata
 - # copia il risultato precedente
 - #5 copia il risultato della riga 5
- Un riferimento di riga dinamico inserisce un riferimento ad un'altra riga, invece di copiarne semplicemente il risultato, quindi **sarà** aggiornato se la riga a cui si fa riferimento viene successivamente modificata
 - § inserisce un riferimento al risultato precedente
 - § inserisce un riferimento al risultato della riga 5




2. Manipolare le equazioni

Nel biennio della scuola secondaria di secondo grado le equazioni rappresentano una parte centrale del programma. In questo esempio vedremo come manipolare le equazioni nella *Vista CAS*.

Prima di tutto

- Aprire una nuova finestra di GeoGebra.
- Selezionare *Raccolta Viste* –  *CAS e grafici*.

Introduzione di nuovi strumenti

	Calcola	Nuovo!
	Numerico	Nuovo!
	Mantieni inserimento	Nuovo!

Processo di costruzione

Al termine della costruzione, la *Vista CAS* sarà visualizzata come in figura:



T	
1	$(2x - 1) / 2 = 2x + 3$ <input checked="" type="radio"/> $\sqrt{\frac{2x - 1}{2} = 2x + 3}$
2	$((2x - 1) / 2 = 2x + 3) + 1/2$ <input checked="" type="radio"/> $\sqrt{\left(\frac{2x - 1}{2} = 2x + 3\right) + \frac{1}{2}}$
3	$((2x - 1) / 2 = 2x + 3) + 1 / 2$ <input checked="" type="radio"/> $\rightarrow x = 2x + \frac{7}{2}$
4	$((2x - 1) / 2 = 2x + 3) + 1 / 2$ <input checked="" type="radio"/> $\approx x = 2x + 3.5$

1	✓	Digitare l'equazione $(2x - 1) / 2 = 2x + 3$ nella prima riga. Selezionare lo strumento <i>Mantieni inserimento</i> per bloccare la semplificazione automatica.
2	✓	Digitare $)$ nella seconda riga per copiare il risultato della prima riga e racchiuderlo automaticamente in parentesi. Digitare quindi $+ 1/2$ per aggiungere "un mezzo" ad entrambi i membri dell'equazione. Applicare nuovamente lo strumento <i>Mantieni inserimento</i> .
3	=	Premere la barra spaziatrice per copiare il risultato precedente nella terza riga. Utilizzare lo strumento <i>Calcola</i> per calcolare simbolicamente il risultato, contenente un numero razionale, che sarà visualizzato in forma frazionaria.
4	≈	Fare clic sul risultato della seconda riga per copiarlo nella riga 4, correntemente selezionata. Selezionando lo strumento <i>Numerico</i> si ottiene il valore numerico del numero razionale, che sarà quindi visualizzato in forma decimale.

Suggerimento: Le equazioni possono essere risolte nella *Vista CAS* in vari modi, ad esempio utilizzando i comandi *Risolvi* e *RisolviN* o gli strumenti ad essi collegati. Per ulteriori informazioni fare riferimento al manuale ufficiale: http://wiki.geogebra.org/it/Manuale:Pagina_principale.

Sfida: Provate a pensare a un elenco di pro e contro relativamente all'uso a scuola della *Vista CAS* per la soluzione di equazioni.



3. MCD e MCM

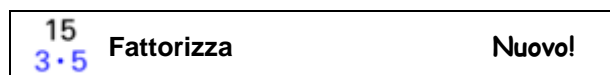
A scuola, il massimo comun divisore (MCD) e il minimo comune multiplo (MCM) di due o più numeri vengono generalmente calcolati fattorizzando tali numeri. Il prodotto di tutti i fattori primi con una scelta corretta delle rispettive potenze porta alla determinazione di MCD e MCM. Per ciascun fattore primo:

- Per ottenere il MCD: scegliere la potenza minima con cui appare nella scomposizione.
- Per ottenere il MCM: scegliere la potenza massima con cui appare nella scomposizione

Prima di tutto

- Aprire una nuova finestra di GeoGebra.
- Selezionare *Raccolta Viste* – CAS e grafici.

Introduzione di un nuovo strumento



Processo di costruzione

Al termine della costruzione, la *Vista CAS* sarà visualizzata come in figura:

	T
1	240 ○ Fattorizza: $2^4 \cdot 3 \cdot 5$
2	160 ○ Fattorizza: $2^5 \cdot 5$
3	$2^5 \cdot 3^1 \cdot 5^1$ ○ → 480
4	MCD[240,160] ○ → 80
5	MCM[240,160] ○ → 480



1	15 3·5	Digitare un numero qualsiasi, ad esempio 240. Selezionare lo strumento <i>Fattorizza</i> .
2	15 3·5	Digitare un altro numero arbitrario, ad esempio 160. Applicare nuovamente lo strumento <i>Fattorizza</i> .
3		Calcolare il MCD dei due numeri moltiplicando i fattori primi comuni ai due numeri, scelti ciascuno con la minima potenza: $2^4 * 5^1$ <u>Suggerimento:</u> Utilizzare “^” per indicare “elevato a”.
4		Calcolare il MCM dei due numeri moltiplicandone tutti i fattori primi, scelti ciascuno con la massima potenza: $2^5 * 3^1 * 5^1$
5		Utilizzare il comando <i>MCD</i> per determinare automaticamente il massimo comun divisore dei due numeri: selezionare lo strumento <i>Calcola</i> , digitare <code>MCD[240, 160]</code> e premere <i>Invio</i> .
6		Allo stesso modo è possibile determinare automaticamente il minimo comune multiplo dei due numeri digitando <code>MCM[240, 160]</code> e premendo <i>Invio</i>

Sfida: La *Vista CAS* può essere utilizzata anche per calcolare il MCD e il MCM di polinomi, esattamente come abbiamo fatto con i numeri. Provate a calcolare nei due modi appena illustrati il MCD e il MCM di $a x^2 - 2 a b x + a b^2$ e $x^2 - b^2$

Suggerimento: Assicurarsi che ai coefficienti a e b non siano stati precedentemente assegnati dei valori: in caso non ne abbiate la certezza, conviene effettuare il calcolo in una nuova finestra. Le soluzioni sono rispettivamente $x - b$, $a x^3 - a b x^2 - a b^2 x + a b^3$.

Torniamo a scuola ...


- Poiché la fattorizzazione di numeri molto grandi non è in generale una soluzione efficiente, spesso si preferisce applicare l'*Algoritmo euclideo*. Scoprite come e perché funziona. Quale approccio preferite?
- Ragionare sui pro e i contro del calcolo di MCD e MCM a scuola con o senza l'ausilio di strumenti elettronici, come ad esempio GeoGebra.

4. Intersezione di funzioni polinomiali

Intersecare la parabola $f(x) := (2 x^2 - 3 x + 4) / 2$ e la retta $g(x) := x / 2 + 2$



Prima di tutto

- Aprire una nuova finestra di GeoGebra.
- Selezionare *Raccolta Viste* –  *CAS e grafici*.

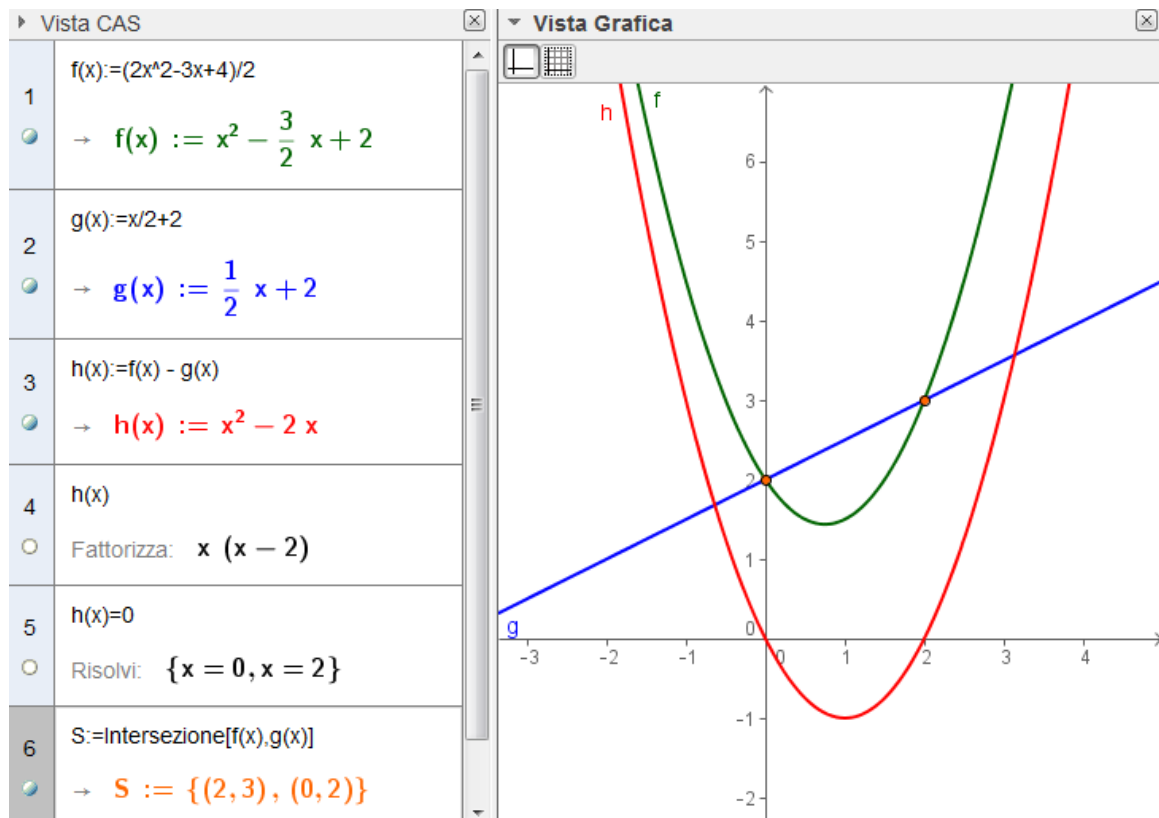
Introduzione di un nuovo strumento

 = Risolvi

Nuovo!

Processo di costruzione

Al termine della costruzione, la finestra di GeoGebra sarà visualizzata come in figura:



1	Definire la funzione f come $f(x) := (2x^2 - 3x + 4) / 2$ <u>Suggerimento:</u> Utilizzare “:=” per le definizioni e “=” per le equazioni.
---	--



2	Definire la funzione g come $g(x) := x / 2 + 2$
3	Definire la funzione h come $h(x) := f(x) - g(x)$
4	Digitare $h(x)$ nella quarta riga, quindi applicare lo strumento <i>Fattorizza</i> . La scomposizione lascia intuire quali saranno le radici di h .
5	Digitare $h(x) = 0$ ed applicare lo strumento <i>Risolvi</i> per ottenere le ascisse dei punti di intersezione.
6	Calcolare i punti di intersezione utilizzando il comando <i>Intersezione</i> : $S := \text{Intersezione}[f(x), g(x)]$
7	Personalizzare il colore, lo spessore dei tratti e lo stile degli oggetti visualizzati nella <i>Vista Grafica</i> .

Suggerimento: Come per le funzioni definite nella *barra di inserimento*, le funzioni definite nella *Vista CAS* vengono automaticamente disegnate nella *Vista Grafica*. Inoltre la modifica del colore di un oggetto nella *Vista Grafica* viene applicata anche nella *Vista CAS*, enfatizzando quindi il collegamento tra le due possibili rappresentazioni dello stesso oggetto.

Sfida: Spiegare perché le radici di h corrispondono ai punti di intersezione di f, g .

Sfida: Nella precedente costruzione il problema della determinazione dell'intersezione tra due funzioni polinomiali è stato affrontato in due modi diversi. Provate a trovarne un altro!

Torniamo a scuola ...

(a) In generale è possibile descrivere una funzione utilizzando formule diverse. Sta a voi decidere se è questo il caso!

Se sì, selezionare uno strumento appropriato dalla barra degli strumenti CAS e mostrare le uguaglianze. Se no, fornire un esempio che mostri due immagini diverse!

$$\begin{array}{ll}
 \text{i. } f_1(x) = (2 - x)(2 + x) & f_2(x) = 4 - x^2 \\
 \text{ii. } g_1(t) = t^2 - 4t + 2 & g_2(t) = (t - 2)^2 \\
 \text{iii. } h_1(s) = s - a^2 & h_2(a) = a - s^2
 \end{array}$$

(b) Consideriamo la funzione $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, t \mapsto t^2$.

- Per quali valori dell'argomento vale $g(t) > 0$?
- $g(-t) = g(t)$ è valida per ogni argomento t . Perché?



5. Risolvere funzioni esponenziali

Scacchi e chicchi di riso

Il gioco degli scacchi è ormai noto e popolare da molti secoli. La sua origine è descritta in varie leggende, di cui la seguente è un esempio:

C'era una volta un governatore indiano, che aveva ridotto la sua popolazione nella miseria più assoluta. Un uomo saggio voleva rendere il governatore consapevole dei propri errori, ma ne temeva la collera. Così inventò il gioco degli scacchi: in questo gioco il re è sicuramente la pedina più importante, ma è anche inutile se non è circondata dalle altre pedine del gioco. Persino i pedoni hanno un ruolo cruciale.

Dopo avere imparato il gioco degli scacchi, il governatore indiano capì il messaggio e divenne più gentile e generoso: decise quindi di offrire al saggio qualunque ricompensa egli desiderasse. Quando il saggio gli chiese un chicco di riso per la prima casella, due per seconda, quattro per la terza, e così via, il governatore pensò che il saggio fosse un uomo modesto, e lo ringraziò apertamente.

Quanti chicchi di riso ci saranno nella quinta casella?
Quale casella avrà 1024 grani di riso?

Prima di tutto

- Aprire una nuova finestra di GeoGebra.
- Selezionare *Raccolta Viste* –  *CAS e grafici*.

Introduzione di un nuovo strumento



  Risolvi numericamente Nuovo!

Processo di costruzione

Al termine della costruzione, la *Vista CAS* sarà visualizzata come in figura:



T	
1	$f(n) := 2^n$ $\rightarrow f(n) := 2^n$
2	$f(5)$ $\rightarrow 32$
3	$1024 = f(n)$ Risolvi: $\{n = 10\}$
4	$1024 = f(n)$ RisolviN: $\{n = 10\}$

1	Definire la funzione f come $f(n) := 2^n$. <u>Suggerimento:</u> Utilizzare “:=” per le definizioni e “=” per le equazioni.
2	Calcolare il numero di chicchi di riso nella quinta casella: $f(5)$.
3	$x =$ Digitare $1024 = f(n)$. Ora determinare il valore di n che soddisfa questa equazione, applicando lo strumento <i>Risolvi</i> . <u>Suggerimento:</u> È inoltre possibile utilizzare il comando <i>Risolvi</i> : $\text{Risolvi}[1024 = f(n)]$.
4	$x \approx$ In alternativa, utilizzare lo strumento <i>Risolvi numericamente</i> per ottenere un calcolo numerico. <u>Suggerimento:</u> È inoltre disponibile il comando <i>RisolviN</i> : $\text{RisolviN}[1024 = f(n)]$.

Suggerimento: Definire la variabile per il calcolo, utilizzandola come secondo argomento del comando, ad esempio $\text{Risolvi}[1024 = f(n), n]$ Questa sintassi è applicabile sia al comando *Risolvi* che al comando *RisolviN*

Sfida: Definire la funzione g come $g(t) := c * a^t$ Utilizzare i comandi *Risolvi* e *RisolviN* per:


- determinare t tale che $g(t) = c / a$,
- determinare c tale che $g(2) = 225$
- determinare a tale che $g(2) = 255$.



6. Risolvere sistemi di equazioni

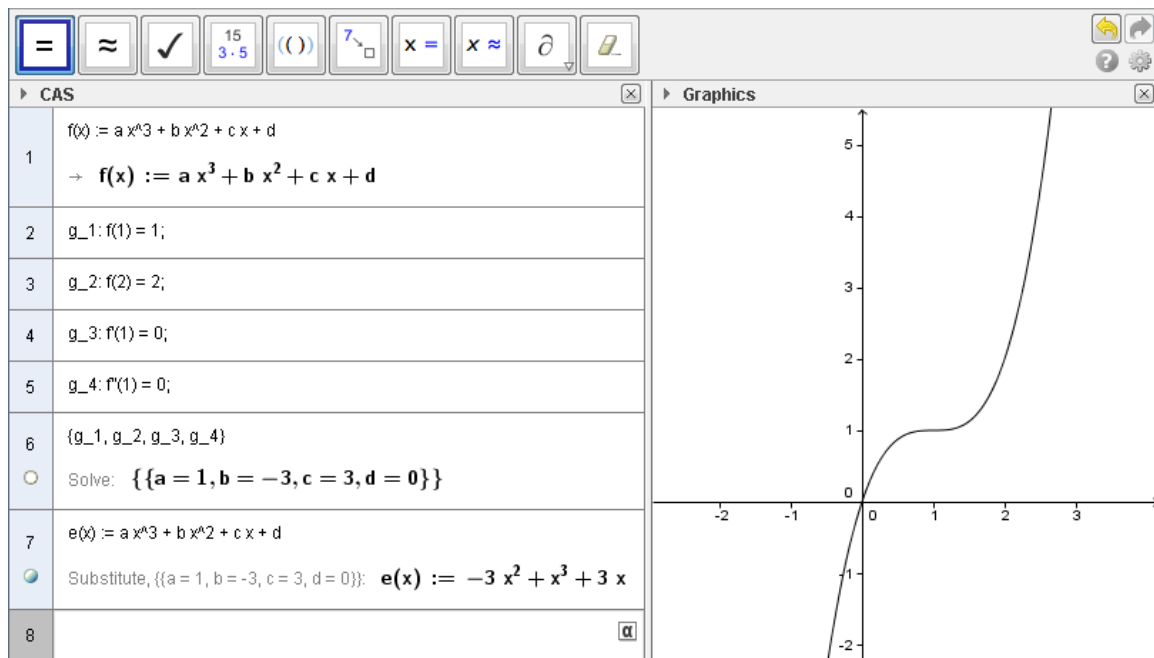
In questa sezione imparerete a risolvere sistemi di equazioni con un clic, incluse le equazioni non lineari e contenenti derivate. Determiniamo innanzitutto una funzione polinomiale di terzo grado che abbia due flessi, nei punti (1,1) e (2,2).

Prima di tutto

- Aprire una nuova finestra di GeoGebra.
- Selezionare *Raccolta Viste* –  *CAS e grafici*.

Processo di costruzione

Al termine della costruzione, la finestra di GeoGebra sarà visualizzata come in figura:



The screenshot shows the GeoGebra interface with two main windows: CAS and Graphics. The CAS window contains the following steps:

- 1 $f(x) := a x^3 + b x^2 + c x + d$
→ $f(x) := a x^3 + b x^2 + c x + d$
- 2 $g_1: f(1) = 1;$
- 3 $g_2: f(2) = 2;$
- 4 $g_3: f'(1) = 0;$
- 5 $g_4: f''(1) = 0;$
- 6 $\{g_1, g_2, g_3, g_4\}$
Solve: $\{a = 1, b = -3, c = 3, d = 0\}$
- 7 $e(x) := a x^3 + b x^2 + c x + d$
Substitute, $\{a = 1, b = -3, c = 3, d = 0\}$: $e(x) := -3 x^2 + x^3 + 3 x$
- 8

The Graphics window shows a coordinate system with x-axis from -2 to 3 and y-axis from -2 to 5. A cubic curve is plotted, passing through the origin (0,0), (1,1), and (2,2). The curve has a local maximum at (1,1) and a local minimum at (2,2).

1	Definire la funzione $f(x) := a x^3 + b x^2 + c x + d$
2	Il valore della funzione in 1 è 1: $g_1: f(1) = 1;$ <u>Suggerimento:</u> Utilizzare “:” per assegnare un nome all’equazione. Il punto e virgola “;” non mostra il risultato.
3	Il valore della funzione in 2 è 2: $g_2: f(2) = 2;$
4	La derivata prima si annulla in 1: $g_3: f'(1) = 0;$ <u>Suggerimento:</u> La derivata prima di una funzione può essere inserita



	con la notazione “ f ”.
5	La derivata seconda si annulla in 1: $g_4: f''(1) = 0;$
6	<p>Selezionare le righe dalla 2 alla 5, quindi applicare lo strumento <i>Risolvi</i>.</p> <p><u>Suggerimento:</u> Per selezionare più righe, premere e mantenere premuto il tasto <i>CTRL</i> mentre si fa clic sulle intestazioni di riga.</p> <p><u>Suggerimento:</u> Si può ottenere lo stesso risultato applicando il comando <i>Risolvi</i>:</p> $\text{Risolvi}[\{g_1, g_2, g_3, g_4\}, \{a, b, c, d\}]$
7	<p>Sostituire le variabili non definite nell’espressione di f per tracciare il grafico della funzione. Per fare ciò, trascinare il risultato di riga 6 nella definizione di f in riga 1.</p> <p><u>Suggerimento:</u> Per trascinare un oggetto, fare clic su di esso, quindi mantenere premuto il tasto del mouse e muovere il cursore in corrispondenza della posizione finale, quindi rilasciare il pulsante del mouse.</p>

Suggerimento: È inoltre possibile calcolare la derivata di una funzione o un’espressione applicando lo strumento *Derivata*. Per integrare una funzione o espressione, utilizzare il comando o lo strumento *Integrale*. Provate a sperimentare questi comandi e strumenti in autonomia!

Sfida: Un altro modo per portare a termine l’ultimo passaggio potrebbe essere inserendo $f(x)$ in una nuova riga e trascinandovi il risultato di riga 6. È possibile effettuare delle sostituzioni alle variabili utilizzando il comando o lo strumento *Sostituisci*. Provate a utilizzare tutti e tre i metodi per disegnare il grafico di f !

Sfida: Ora che avete ottenuto una soluzione e il relativo grafico: la soluzione è unica?

7. Lavorare con le matrici

Le matrici sono uno strumento molto importante in molti campi della matematica e non solo. Ad esempio consentono una denotazione concisa dei sistemi di equazioni lineari, e un utile metodo per la determinazione delle relative soluzioni. In questa sezione imparerete come sfruttare appieno le potenzialità del calcolo matriciale nella *Vista CAS*.

Un sistema determinato di equazioni lineari può assumere ad esempio la forma

$$\begin{aligned} 2x + 3y + 2z &= 3 \\ x + y + z &= 2 \\ -y + 3z &= 7, \end{aligned}$$

ma può essere scritto anche come prodotto di matrici:



$$\underbrace{\begin{pmatrix} 2 & 3 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & 3 \end{pmatrix}}_A \cdot \underbrace{\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}}_X = \underbrace{\begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 7 \end{pmatrix}}_B.$$

In generale, questa scrittura ci porta a una semplificazione del problema, con la ricerca delle soluzioni dell'equazione matriciale $A * X = B$. Per ottenere la soluzione dovremo moltiplicare a sinistra entrambi i membri dell'equazione per la matrice inversa di A.

Prima di tutto

- Aprire una nuova finestra di GeoGebra.
- Selezionare *Raccolta Viste* – CAS e grafici.

Processo di costruzione

Al termine della costruzione, la *Vista CAS* sarà visualizzata come in figura:

The screenshot shows the CAS view with three steps:

- Step 1: $A := \{\{2, 3, 2\}, \{1, 1, 1\}, \{0, -1, 3\}\}$
 $\rightarrow A := \begin{pmatrix} 2 & 3 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & 3 \end{pmatrix}$
- Step 2: $B := \{\{3\}, \{2\}, \{7\}\}$
 $\rightarrow B := \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 7 \end{pmatrix}$
- Step 3: $\text{Inversa}[A]*B$
 $\rightarrow \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$

1	Inserire la matrice dei coefficienti A come $A := \{\{2, 3, 2\}, \{1, 1, 1\}, \{0, -1, 3\}\}$
2	Definire il vettore colonna B come $B := \{\{3\}, \{2\}, \{7\}\}$



3 Calcolare il risultato con $\text{Inversa}[A] * B$

Suggerimento: Le matrici vengono inserite come liste delle relative righe, lette dall'alto verso il basso. Ciascuna riga va inserita in una lista, in cui gli elementi vengono indicati leggendoli da sinistra verso destra. Quindi la matrice $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ verrà inserita nella forma $\{\{a, b\}, \{c, d\}\}$.

Sfida

Risolvere il seguente sistema di equazioni utilizzando le matrici nella *Vista CAS*:

$$\begin{aligned} ax + 2y &= c \\ -\sqrt{2y} &= 2a. \end{aligned}$$